COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 MARS 1840.

PRÉSIDENCE DE M. POISSON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Nouvelles recherches concernant l'action de la garance sur les os; par* M. FLOURENS.

« Je n'ai parlé, dans mes deux précédents Mémoires (1), que de l'action de la garance sur les os; je vais m'occuper aujourd'hui de l'action de la garance sur les dents.

» L'action de la garance sur les dents a été peu étudiée. Cependant Belchier l'avait déjà remarquée. « En examinant ces os (les os des porcs sou- » mis à l'usage de la garance), j'observe, dit-il, que les parties les plus » solides sont, en général, les plus colorées; et *en particulier les dents*, » *excepté l'émail qui est d'une substance différente* (2). »

» Duhamel n'en dit rien. Mais Fougeroux, son neveu, son ami, et qui a défendu, comme on sait, sa théorie du *développement des os* contre les objections de Haller, de Dethleef et de Bordenave, supplée à cet oubli.

(1) Voyez *Comptes rendus des séances de l'Académie* : séances du 3 et du 24 février 1840.

(2) *Trans. phil.*, ann. 1736.

» Les racines des dents, dit Fougeroux, sont de vrais os....; et la ga-» rance a fait connaître à M. Duhamel que ces os se forment par des » couches qui se recouvrent les unes les autres, et qu'on peut comparer » à des gobelets qu'on mettrait les uns dans les autres (1). »

» J. Hunter a vu également la coloration des dents par la garance; et il a remarqué de plus, comme Belchier, que la seule *partie osseuse* se colore, et non l'*émail* (2).

» Enfin, M. Blake qui, comme Belchier, comme Duhamel, comme J. Hunter, a vu la coloration de la *partie osseuse* de la dent, croit pouvoir avancer que l'*émail* se colore aussi jusqu'à un certain point. Voici comment il s'exprime : *Dentes possideo ex porcellis, tempore quo reipsa formabantur dentes, desumptos, in quibus pars ossea colore rubro vividissime rubia inficitur; cortex vero striatus, quamvis certe quodammodo tinctus, longe alium colorem exhibet* (3).

» Le fait de la coloration des dents par la garance est donc connu, du moins d'une manière vague. Mais on n'a pas suivi la *marche de la garance* dans la dent; mais on ne s'est pas servi de cette *marche* pour suivre le développement même de la dent; mais on n'a pas connu ce développement, lequel est d'autant plus curieux qu'il est absolument inverse de celui des os.

» Dans les os, le *développement* se compose de deux faits : la *suraddition* de lames externes, et la *résorption* de lames internes. Dans la dent, il y a aussi *suraddition* et *résorption* de lames distinctes; mais, à l'inverse de l'os, la *suraddition* se fait par la face interne, et la *résorption* par la face externe.

» Le développement des dents et celui des os suivent donc une marche, de tous points, inverse; et c'est là ce que montrent, avec évidence, les pièces qui sont sous les yeux de l'Académie.

» La pièce n° 1 est une dent molaire d'un jeune porc qui a été soumis au *régime de la garance* (4) pendant quatorze jours.

» Cette dent a été sciée par le milieu, et l'on y voit deux couches distinctes : une interne, rouge; et une externe, blanche.

» La couche externe, la couche blanche, est la partie de la dent qui s'était formée avant que l'animal fît usage de la garance; c'est la partie an-

---

(1) Fougeroux : *Mémoires sur les os*, p. 47.

(2) *Nat. Hist. of the teeth*, p. 35.

(3) *De dentium formatione et structura*, etc., p. 118.

(4) Garance mêlée à la nourriture ordinaire. *Voyez* mes précédents Mémoires.

cienne. La couche interne, la couche rouge est, au contraire, la partie qui s'est formée pendant l'usage de la garance; c'est la partie nouvelle, la partie qui s'est formée après l'autre. Les dents croissent donc par couches internes.

» La pièce n° 2 est une dent molaire d'un jeune porc qui a été soumis au *régime de la garance* pendant quinze jours.

» La dent est également sciée par le milieu (1); et il y a pareillement deux couches, et deux couches pareillement disposées, c'est-à-dire une externe blanche et une interne rouge.

» La pièce n° 3 est une dent molaire d'un jeune porc qui, après quinze jours du *régime de la garance*, a été remis à la nourriture ordinaire pendant vingt jours. Et l'ordre des couches est renversé.

» Dans les deux dents précédentes, la couche blanche est externe, et la rouge interne. Ici, au contraire, c'est la couche rouge qui est externe, et la couche blanche qui est interne; et c'est qu'en effet la couche rouge est ici l'ancienne, celle qui s'était formée pendant l'usage de la garance, tandis que la couche blanche est, au contraire, la nouvelle couche, la couche qui s'est formée depuis la cessation de l'usage de la garance.

» Selon donc que l'animal a fini par l'usage de la garance ou par la nourriture ordinaire, la couche interne est rouge ou blanche. La couche formée la dernière, la couche nouvelle, est donc toujours interne; et par conséquent c'est donc, encore une fois, par couches internes que les dents croissent.

» Mais ce n'est pas tout. A mesure qu'il se forme des couches internes, il disparaît des couches externes.

» La pièce n° 4 est une dent molaire d'un jeune porc qui, après quinze jours du *régime de la garance*, a été rendu à la nourriture ordinaire pendant un mois; et la couche rouge est déjà plus mince, par rapport à la couche blanche, que dans la pièce n° 3.

» La pièce n° 5 est une dent molaire d'un jeune porc qui, après un mois du *régime de la garance*, a été rendu à la nourriture ordinaire pendant trois mois; et la couche rouge, la couche ancienne, toujours comparée à la couche nouvelle, à la couche blanche, est plus mince encore.

---

(1) Comme toutes les dents qui suivent. C'est le seul moyen de mettre à jour la disposition relative des couches.

» Enfin, la pièce n° 6 est la dent molaire d'un jeune porc qui, après un mois du *régime de la garance*, a été rendu à la nourriture ordinaire pendant six mois ; et la couche rouge, la couche ancienne, a presque entièrement disparu.

» A mesure donc qu'il se forme de nouvelles couches par la face interne de la dent, par la face qui répond au *bulbe*, il en disparaît d'autres par la face externe, par celle qui répond à l'*émail*.

» Mais, ce qu'il importe de bien remarquer ici, c'est que tout ce que je viens de dire n'est vrai que de l'*ivoire* ou de la *partie osseuse* de la dent. C'est cette *partie osseuse* seule qui se colore. L'*émail* ne se colore point; il reste blanc; il ne rougit pas, et c'est ce qui se voit avec évidence sur toutes les pièces qui sont sous les yeux de l'Académie.

» De tout ce qui précède, il suit :

» 1°. Que les dents croissent, comme les os, par couches distinctes et juxtaposées;

» 2°. Que dans le développement des dents, comme dans celui des os, il y a tout-à-la fois *suraddition* de lames par un côté, et *résorption* de lames par l'autre;

» 3°. Que cette *suraddition* et cette *résorption* se font dans la dent en sens inverse de ce qui a lieu dans l'os : la *suraddition* qui est externe dans l'os étant interne dans la dent, et la *résorption* qui est interne dans l'os étant externe dans la dent;

» 4°. Que la seule partie de la dent qui se colore est la *partie osseuse*. L'*émail* ne se colore point.

» Je passe à un autre objet. Tout le monde connaît les belles expériences de Hérissant, lequel, plongeant un os dans un acide minéral, dépouilla, le premier, cet os (1) de toute la partie morte, de toute la partie terreuse, et restitua la partie vivante, le cartilage primitif flexible (2).

» Les pièces n^os^ 7 et 8 sont des dents qui, après avoir été colorées par la garance, ont été plongées dans l'acide hydro-chlorique étendu d'eau.

» L'acide a enlevé tous les sels terreux de la dent; il ne reste que le cartilage pur et flexible, et cependant la coloration n'a pas entièrement disparu.

» La même chose arrive aux os colorés, lorsqu'on les plonge dans l'acide *hydro-chlorique* très étendu; tout en se dépouillant de leur phosphate cal-

(1) Soit un os proprement dit, soit la *partie osseuse* des dents.

(2) Hérissant, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1758.

caire, ils conservent leur coloration, du moins en partie; ils ne la perdent totalement que dans l'acide concentré.

» Mais, pour revenir à la dent et à la manière dont l'acide y dépouille le cartilage des sels terreux, et à ce développement que je viens de faire connaître, inverse pour la marche, mais au fond le même que celui de l'os, tout cela ne prouve-t-il pas que ceux qui pensent que toute la partie solide de la dent, que toute la dent proprement dite est une partie morte, ne se font pas une idée juste des choses?

» M. Cuvier qui, dans ses belles études sur les dents de l'éléphant, a très bien saisi la marche des couches *de dedans en dehors*, n'y voit, pour me servir de ses expressions, qu'un *emboîtement*, qu'un *enclavement mécanique* (1).

« La *substance osseuse* des dents, dit-il, n'a de commun avec les os que » sa nature chimique, consistant également en gélatine et en phosphate » calcaire, mais elle ne leur ressemble ni par son tissu, ni par sa manière » de se déposer, ni par celle de croître (2). »

» Il ne voit, dans cette *substance osseuse*, « ni cellulosité, ni fibres, mais » seulement des lames emboîtées les unes dans les autres. Elle ne se forme » point, continue-t-il, dans un premier noyau cartilagineux qui serait suc- » cessivement pénétré par des molécules terreuses; elle ne croît point par » un mouvement général et simultané de toutes ses parties (3). »

» Il dit enfin que « c'est très improprement que la plupart des anatomistes » ont donné à la substance interne des dents le nom de *substance osseuse*, » et qu'ils ont désigné par celui d'*ossification* l'opération qui les développe » et les durcit. C'est, ajoute-t-il, confondre deux choses essentiellement » distinctes, et donner, par des noms mal appliqués, des idées fausses qui » peuvent même influer sur la pratique (4). »

» Or, tout le monde voit que toute cette théorie du *développement mécanique* des dents est en opposition formelle avec les faits que je mets sous les yeux de l'Académie.

» On voit que la *substance osseuse* de la dent ressemble aux os par *son tissu*, par sa *manière de se déposer*, par sa *manière de croître*.

» On voit qu'elle *se forme dans un premier noyau cartilagineux*, lequel

---

(1) *Recherches sur les ossements fossiles*, t. I, p. 37, 3e édit.

(2) *Ibid*, p. 36.

(3) *Ibid.*, p. 37.

(4) *Ibid.*, p. 37.

est *successivement pénétré par des molécules terreuses ;* qu'elle *croît par un mouvement général et simultané de toutes ses parties* (1).

» On voit enfin que cette *substance osseuse* est un véritable os; qu'elle doit en porter le nom ; et que l'*opération qui la durcit* est une *ossification réelle.*

» La théorie *mécanique* de M. Cuvier, théorie qui ne voit dans la *partie osseuse* de la dent que de simples couches terreuses, que de simples couches mortes, transsudées par le *noyau pulpeux*, n'est donc pas exacte; et la théorie plus récente, proposée par M. Owen (2), qui n'y voit que l'*ossification* du *noyau pulpeux* lui-même (3), ne l'est peut-être pas davantage.

» La vraie théorie voit, dans la formation de la *substance osseuse* des dents, une véritable *ossification*, qui se fait dans un véritable cartilage, lequel se forme autour du *bulbe* ou *noyau pulpeux*, est successivement pénétré par les *molécules terreuses*, et *subsiste*, puisque les acides, en le dépouillant de ces *molécules terreuses*, le *restituent*, ou le rendent à son état primitif et flexible.

» J'exposerai, dans un quatrième Mémoire, les résultats de mes expériences sur la *nutrition* proprement dite des os, et sur leur *développement en longueur.*

» J'examinerai de plus, dans ce quatrième Mémoire, la structure même du *cartilage de la dent* et *de celui de l'os.* »

ÉCONOMIE RURALE. — *Mémoire sur les moyens de déterminer les limites de la culture des mûriers, et de l'éducation des vers à soie; par* M. DE GASPARIN.

« *Résumé.* — 1°. La culture du mûrier blanc est d'abord limitée par les climats où se reproduit souvent une température de 25°; le mûrier des Philippines par le retour fréquent d'une température de 15°.

» 2°. Le mûrier développe ses bourgeons quand la température est fixée à +12.5. Si de l'époque où, dans chaque climat, on arrive à ce degré de chaleur, on compte quarante jours, durée de l'incubation et de l'éducation des vers à soie, on aura l'époque où commence la seconde pousse de la feuille.

---

(1) Par un double mouvement vital de *suraddition* et de *résorption.*

(2) Voyez *Comptes rendus des séances de l'Académie,* séance du 16 décembre 1839, p. 784.

(3) Ce n'est pas le *bulbe* qui s'ossifie. C'est le *cartilage* secrété par le *bulbe*, et qui se forme autour du *bulbe*.

» 3°. La végétation du mûrier s'arrête quand la température est descendue à +13.5. La durée de la seconde végétation de la feuille dans chaque climat, est donc comprise entre l'époque fixée précédemment (2°) et l'arrivée de la température de +13,5. La force de cette végétation est en rapport direct avec la somme des degrés de chaleur obtenus dans cet intervalle de temps.

» 4°. La lumière étant nécessaire à la végétation, si on la suppose proportionnelle à la chaleur solaire qu'elle accompagne, on aura une correction à faire sur l'activité de la végétation en proportion de la lumière reçue sous l'influence du plus ou moins d'obliquité du soleil, ou du plus ou moins de nébulosité du pays. Cet effet peut être apprécié par la somme des degrés de chaleur solaire, diminuée de celle de la chaleur ambiante.

» 5°. Le mûrier végète vigoureusement dans toute terre qui conserve pendant les mois d'été 0,12 d'humidité sur le poids total de la terre, à partir de la surface à 66 centimètres de profondeur; quand cette quantité est moindre, l'arbre souffre et la végétation subit un sommeil estival jusqu'au retour de l'humidité.

» 6°. Les gelées printanières, survenues depuis le développement de la feuille du mûrier, sont d'autant moins fréquentes que l'on habite un climat plus septentrional et moins abrité. Chacune des chances pour qu'il arrive une de ces gelées peut être évaluée à un quart de la récolte annuelle.

» 7°. Le retour fréquent de la manne (*miellat*) sur les feuilles du mûrier est un obstacle invincible à l'introduction de l'éducation séricicole. Les pays septentrionaux, où l'éducation se fait plus tard, y sont plus exposés que ceux du midi.

» 8°. L'éducation des vers à soie ne dépend pas de la température du climat. Se faisant en lieux clos, la température peut se modifier à volonté.

» 9°. La fréquence des pluies pendant l'éducation, en retardant ou en arrêtant la cueillette de la feuille qui met les mûriers en danger, et soumettant les insectes à des jeûnes plus ou moins prolongés, leur est fâcheuse, et les risques peuvent s'en estimer à $\frac{1}{20}$ de réduction dans la récolte pour chaque jour de probabilité de pluie, pendant le dernier mois de l'éducation des vers à soie.

» 10°. Les vers à soie redoutent l'air chargé de miasmes qui donnent aux hommes des fièvres endémiques. Cet air, provenant des marécages, peut être transporté au loin par les vents chauds et humides, et cause ce que l'on appelle les *touffes*, qui sont une des circonstances les plus funestes à leur succès.

» 11°. L'électricité atmosphérique apporte de la gêne dans la vie des vers à soie, mais les accidents qu'elle peut causer ne sont pas appréciables.

» 12°. La convenance économique d'introduire dans un pays l'éducation des vers à soie, dépend de la comparaison à établir entre le nouveau produit et les anciens. La valeur du nouveau produit est relative à la feuille récoltée, au succès de l'éducation, au prix de la soie. Une formule donne, pour nos départements du midi, la quantité de feuilles récoltées; on peut, au moyen des réductions indiquées dans ce Mémoire, la rapporter aux autres climats. Le succès de l'éducation dépend, en grande partie, de l'intelligence et du soin; le prix de la soie est variable, et selon les années, et selon les circonstances qui peuvent influer sur l'extension du marché et celle de la production.

» 13°. Les limites statistiques de l'éducation des vers à soie dépendent, 1° de l'étendue des domaines; elle s'est fixée jusqu'ici dans ceux où les propriétés n'étaient pas très étendues; 2° de l'agglomération de la population agricole dans les bourgs, ou de sa dispersion dans les campagnes; cette dernière condition se réalise aussi dans les pays séricicoles; 3° du mode de tenure des fermes, le fermage à prix d'argent paraissant repousser l'industrie de la soie dans son début.

» 14°. Les cultures spéciales, comme est la vigne, par exemple, sont un grand obstacle à la culture du mûrier. L'éducation des vers à soie ne s'établit avec fruit que dans les pays où, pendant le temps qui précède les moissons, le système agricole exige peu de travaux.

» Après avoir lu ce Mémoire, on comprendra facilement qu'il nous soit impossible de tracer une limite géographique pour la culture du mûrier. Il est probable qu'elle ne serait pas continue; que, comme celle de l'olivier, elle projetterait souvent au loin des embranchements et des îles où il faudrait la suivre; mais un trop grand nombre d'éléments physiques et moraux nous manquent pour entreprendre ce travail. Nous nous bornerons pour le moment à faire l'application de ces principes aux environs de Paris, où nous avons pu réunir une partie des observations que l'avenir nous réserve sans doute pour d'autres localités, et que ce travail contribuera peut-être à nous procurer.

» Nous supposons d'abord deux terres d'égale fertilité, situées l'une dans le département de Vaucluse, et l'autre à Paris, produisant 20 hectolitres de blé par hectare, en récolte moyenne, conservant toutes deux, pendant l'été, la fraîcheur nécessaire.

» Les avantages de la culture du mûrier étant réputés selon les différentes circonstances atmosphériques :

	A Orange, pour	A Paris, pour
Chaleur	100	64
Lumière	100	87
Gelées blanches	84	100
Pluies	100	62
	384	313

» Les avantages de la culture sont donc, dans les deux pays, dans le rapport de 38 : 31 environ.

» En supposant de part et d'autre la terre également humide, la meilleure répartition des pluies, dans le climat de Paris, favorisant la pousse du mûrier, pourrait bien faire disparaître en partie cette différence.

» Il ne me resterait donc pas le moindre doute sur le succès définitif de la culture du mûrier autour de la capitale, si les circonstances statistiques et agricoles n'y apportaient pas de plus grands et de plus sérieux obstacles. »

Après la lecture du Mémoire de M. *de Gasparin*, M. **Moreau de Jonnès** dépose sur le bureau la Note suivante :

« Un travail statistique inédit, récapitulé aujourd'hui, donne le résultat suivant :

» Dans les quarante-trois départements de l'est du méridien de Paris, la culture du mûrier et les produits qui en tirent leur origine, donnent une valeur annuelle de 42 millions de francs. »

THÉORIE DES NOMBRES. — *Théorèmes divers sur les résidus et les non-résidus quadratiques; par* M. **Augustin Cauchy**.

§ I^er^. *Sur les résidus inférieurs à un module donné.*

« Les formules nouvelles, que nous nous proposons d'établir, se trouvant liées avec celles que M. Gauss a données, dans le Mémoire intitulé *Summatio serierum quarumdam singularium*, nous allons d'abord rappeler ces dernières en peu de mots.

» On a, pour une valeur entière du nombre m, et pour une valeur quelconque de x (séance du 3 février, page 180),

$$(1-x)(1-x^3)\dots(1-x^{2m-1}) = 1 - \frac{1-x^{2m}}{1-x} + \frac{(1-x^{2m})(1-x^{2m-2})}{(1-x)(1-x^2)} - \dots + 1.$$

Si, dans cette formule, on pose $2m = n - 1$, et

$$x = \rho,$$

ρ étant une racine primitive de l'équation

$$x^n = 1, \tag{1}$$

on trouvera

$$(1-\rho)(1-\rho^3)\ldots(1-\rho^{n-2}) = 1 + \rho^{-1} + \rho^{-3} + \ldots + \rho^{-\frac{1}{2}n(n-1)},$$

puis, en remplaçant ρ par ρ^{-2},

$$(1-\rho^{-2})(1-\rho^{-6})\ldots[1-\rho^{-2(n-2)}] = 1 + \rho^2 + \rho^6 + \ldots + \rho^{2(n-1)}.$$

Enfin, si l'on multiplie les deux membres de la dernière équation par

$$\rho^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2},$$

en ayant égard aux formules

$$\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 = 1 + 3 + 5 + \ldots + (n-2),$$

$$m(m-1) + \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 \equiv \left(\frac{2m-1 \pm n}{2}\right), \quad \text{(mod. } n\text{)}$$

on trouvera définitivement

$$(\rho-\rho^{-1})(\rho^3-\rho^{-3})\ldots[\rho^{n-2}-\rho^{-(n-2)}] = 1 + \rho^4 + \rho^9 + \ldots + \rho^{(n-1)^2}. \tag{2}$$

Si, pour abréger, on désigne par Δ la valeur commune des deux membres de la formule (2), on aura non-seulement

$$\Delta = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \rho^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} (1-\rho^2)(1-\rho^4)\ldots(1-\rho^{n-1}),$$

mais encore

$$\Delta = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \rho^{-\left(\frac{n-1}{2}\right)^2} (\rho^n-\rho^2)(\rho^n-\rho^4)\ldots(\rho^n-\rho^{n-1})$$
$$\rho^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}(1-\rho)(1-\rho^3)\ldots(1-\rho^{n-2}),$$

et par suite

$$\Delta^2 = (-1)^{\frac{n-1}{2}}(1-\rho)(1-\rho^2)(1-\rho^3)\ldots(1-\rho^{n-2})(1-\rho^{n-1}). \tag{3}$$

Or de l'équation identique

$$x^n - 1 = (x-1)(x-\rho)(x-\rho^2)\dots(x-\rho^{n-1}),$$

on tirera

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1} = \frac{x^n-1}{x-1} = (x-\rho)(x-\rho^2)\dots(x-\rho^{n-1}),$$

puis, en posant $x = 1$,

$$n = (1-\rho)(1-\rho^2)\dots(1-\rho^{n-1}). \tag{4}$$

Donc la formule (3) donnera

$$\Delta^2 = (-1)^{\frac{n-1}{2}} n. \tag{5}$$

» Les diverses racines ρ de l'équation (1) peuvent être présentées sous la forme

$$\rho = e^{m\omega\sqrt{-1}} = \cos m\omega + \sqrt{-1}\sin m\omega, \tag{6}$$

la valeur de ω étant

$$\omega = \frac{2\pi}{n}, \tag{7}$$

et m désignant l'un des nombres

$$0, 1, 2, 3, \dots n-1.$$

Ajoutons que la valeur de ρ, déterminée par l'équation (6), sera une racine primitive, si m est premier à n. Ainsi, par exemple, à la valeur 1 de m correspondra la racine primitive

$$\rho = e^{\omega\sqrt{-1}} = \cos\omega + \sqrt{-1}\sin\omega. \tag{8}$$

En substituant cette dernière valeur de ρ dans les deux membres de l'équation (1), on trouve

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta = (2\sqrt{-1})^{\frac{n-1}{2}} \sin\omega\sin 3\omega\dots\sin(n-2)\omega \\ \quad = 1 + \cos\omega + \cos 4\omega + \dots + \cos(n-1)^2\omega \\ \qquad + [\sin\omega + \sin 4\omega + \dots + \sin(n-1)^2\omega]\sqrt{-1}; \end{array}\right. \tag{9}$$

et, comme chacun des angles

$$\omega, 2\omega, \dots \frac{n-1}{2}\omega,$$

sera compris entre les limites $0, \pi$, il est clair que, si l'on prend

$$(10)\quad \Omega = \sin\omega \sin 2\omega \ldots \sin\left(\frac{n-1}{2}\omega\right) = \pm \sin\omega \sin 3\omega \ldots \sin(n-2)\omega,$$

le produit Ω sera positif. Donc, puisqu'on tirera des formules (5), (9) et (10),

$$2^{n-1}\Omega^2 = n,$$

on aura nécessairement

$$(11)\quad 2^{\frac{n-1}{2}}\Omega = \sqrt{n};$$

et, comme on trouvera encore

$$\sin\omega \sin 2\omega \ldots \sin(n-2)\omega = (-1)^{\frac{(n-1)(n-3)}{8}} \sin\omega \sin 2\omega \ldots \sin\left(\frac{n-1}{2}\omega\right),$$

la formule (9) donnera

$$(12)\quad \Delta = n^{\frac{1}{2}} \left(\sqrt{-1}\right)^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}.$$

En d'autres termes, on aura

$$(13)\quad \Delta = n^{\frac{1}{2}},$$

lorsque n sera de la forme $4x+1$, et

$$(14)\quad \Delta = n^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1},$$

lorsque n sera de la forme $4x+3$. Ainsi, par exemple, on trouvera pour $n=3$,

$$\rho = \cos\frac{2\pi}{3} + \sqrt{-1}\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2}\sqrt{-1},$$

$$\Delta = 1+\rho+\rho^4 = 1+2\rho = 3^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1};$$

pour $n=5$,

$$\Delta = 1+\rho+\rho^4+\rho^9+\rho^{16} = 1+2\rho+2\rho^4 = 1+4\cos\frac{2\pi}{5} = 5^{\frac{1}{2}};$$

pour $n = 9 = 3^2$,

$$\Delta = 1+\rho+\rho^4+\ldots+\rho^{64} = 3+2(\rho+\rho^4+\rho^7) = 3+2\rho\frac{\rho^9-1}{\rho^3-1} = 3;$$

pour $n = 27 = 3^3$,

$$\Delta = 1+\rho+\rho^4+\ldots+\rho^{26} = 3+6\rho^9+2\rho(1+\rho^3+\ldots+\rho^{24})$$
$$= 3+6\rho^9+2\rho\frac{\rho^{27}-1}{\rho^3-1} = 3+6\rho^9 = 3(1+2\rho^9) = 3.3^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1};$$

pour $n = 15 = 3.5$,

$$\Delta = 1 + \rho + \rho^4 + \ldots + \rho^{14^2} = 1 + 4\rho + 4\rho^4 + 2\rho^6 + 2\rho^9 + 2\rho^{10}$$
$$= (1 + 2\rho^{10})(1 + 2\rho^6 + 2\rho^9) = (-5^{\frac{1}{2}})(-3^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1}) = 15^{\frac{1}{2}}\sqrt{-1};$$
etc...

» Les formules (9) et (10) se rapportent au cas où la valeur de ρ est déterminée par l'équation (8). Supposons maintenant que, la valeur de ρ étant généralement déterminée par l'équation (6), on prenne encore

$$\Delta = 1 + \rho^4 + \rho^9 + \ldots + \rho^{(n-1)^2}. \tag{15}$$

Si m est premier à n, alors, ρ étant une racine primitive de l'équation (1), on se trouvera de nouveau conduit aux formules (4), (5), et par suite la valeur de Δ sera, au signe près, celle que détermine la formule (12). D'autre part, si l désigne un nombre inférieur à $\frac{n}{2}$, on aura

$$(n - l)^2 \equiv l^2, \pmod{n},$$

et, en conséquence, la formule (15) pourra toujours être réduite à

$$\Delta = 1 + 2\left[\rho + \rho^4 + \ldots + \rho^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}\right]. \tag{16}$$

» Considérons en particulier le cas où n représente un nombre premier. Alors si, parmi les entiers positifs et inférieurs à n, on nomme

$$h,\ h',\ h'',\ldots$$

ceux qui, étant résidus quadratiques, vérifient la condition

$$\left(\frac{h}{n}\right) = 1, \tag{17}$$

et

$$k,\ k',\ k'',\ldots$$

ceux qui, étant non-résidus quadratiques, vérifient la condition

$$\left(\frac{k}{n}\right) = -1, \tag{18}$$

on verra la formule (16) se réduire à

$$\Delta = 1 + 2(\rho^h + \rho^{h'} + \rho^{h''} + \ldots). \tag{19}$$

Si d'ailleurs ρ ne se réduit pas à l'unité, on aura

$$1 + \rho + \rho^2 + \ldots + \rho^{n-1} = \frac{\rho^n - 1}{\rho - 1} = 0,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(20) \qquad 1 + \rho^h + \rho^{h'} + \rho^{h''} + \ldots + \rho^k + \rho^{k'} + \rho^{k''} + \ldots = 0.$$

Donc alors la formule (19) donnera

$$(21) \qquad \Delta = \rho^h + \rho^{h'} + \rho^{h''} + \ldots - \rho^k - \rho^{k'} - \rho^{k''} - \ldots$$

Donc, lorsque, n étant un nombre premier, ρ ne se réduit pas à l'unité, la valeur de Δ, fournie par l'équation (15) ou (16), est une fonction alternée des racines primitives de l'équation (1). Cette valeur sera même une somme alternée de ces racines, si ρ désigne l'une d'entre elles, et par conséquent alors on aura

$$\Delta^2 = (-1)^{\frac{n-1}{2}} n,$$

conformément à l'équation (5). Il y a plus : puisqu'en supposant la valeur de ρ donnée par l'équation (8), on a trouvé

$$\Delta = n^{\frac{1}{2}} (\sqrt{-1})^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2},$$

on trouvera au contraire, en supposant la valeur de ρ donnée par l'équation (6),

$$(22) \qquad \Delta = \left(\frac{m}{n}\right) n^{\frac{1}{2}} (\sqrt{-1})^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}.$$

Si ρ se réduisait simplement à l'unité, la formule (15) donnerait évidemment

$$(23) \qquad \Delta = n.$$

» Au reste, à l'aide des formules ci-dessus établies, on calculera facilement la valeur que peut acquérir l'expression Δ, déterminée par la formule (15), non-seulement lorsque n représente un nombre premier ou une puissance d'un tel nombre, mais aussi lorsque n est le produit de certaines puissances

$$\nu^a, \nu'^b, \nu''^c, \ldots$$

de divers nombres premiers

$$\nu, \nu', \nu'', \ldots$$

Dans ce dernier cas, on reconnaît sans peine que l'expression Δ, déterminée par la formule (15), est le produit d'expressions du même genre qui correspondent non plus à la valeur

$$\nu^a \nu'^b \nu''^c \ldots,$$

mais aux valeurs

$$\nu^a, \quad \nu'^b, \quad \nu''^c, \ldots$$

de l'exposant n; puis on en conclut immédiatement que la formule (22) peut être, aussi bien que la formule (12), étendue à des valeurs quelconques de n, par exemple, à la valeur

$$n = \nu^a \nu'^b \nu''^c, \ldots$$

pourvu que, m étant premier à n, on pose avec M. Jacobi

$$\left(\frac{m}{n}\right) = \left(\frac{m}{\nu}\right)^a \left(\frac{m}{\nu'}\right)^b \left(\frac{m}{\nu''}\right)^c \ldots \tag{24}$$

Lorsque les exposants

$$a, b, c, \ldots$$

se réduisent à l'unité, la formule (24) se réduit à

$$\left(\frac{m}{n}\right) = \left(\frac{m}{\nu}\right)\left(\frac{m}{\nu'}\right)\left(\frac{m}{\nu''}\right), \ldots \tag{25}$$

et la valeur de Δ peut être censée fournie par l'équation (21), pourvu que l'on nomme

$$h, h', h'', \ldots \quad \text{ou} \quad k, k', k'', \ldots$$

ceux des entiers inférieurs à n, mais premiers à n, qui vérifient la condition (17) ou la condition (18).

» Si l'on substitue dans la formule (22) la valeur de Δ, tirée des équations (16) et (6), on trouvera

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{2} + \cos m\omega + \cos 4m\omega + \ldots + \cos\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 m\omega \\ + \left[\sin m\omega + \sin 4m\omega + \ldots + \sin\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 m\omega\right]\sqrt{-1} \\ = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{n}\right) n^{\frac{1}{2}} \left(\sqrt{-1}\right)^{\left(\frac{n-1}{2}\right)^2}. \end{array}\right. \tag{26}$$

On aura donc par suite, si n est de la forme $4x + 1$,

$$\frac{1}{2} + \cos m\omega + \cos 4m\omega + \ldots + \cos\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 m\omega = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{n}\right)\sqrt{n}, \tag{27}$$

et, si n est de la forme $4x+3$,

$$(28)\qquad \sin m\omega + \sin 4m\omega + \ldots + \sin\left(\frac{n-1}{2}\right)^2 m\omega = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{n}\right)\sqrt{n}.$$

Pareillement, on tirera des formules (6), (16) et (21), lorsque n sera de la forme $4x+1$,

$$(29)\qquad S\cos mh\omega - S\cos mk\omega = \left(\frac{m}{n}\right)\sqrt{n},$$

et lorsque n sera de la forme $4x+3$,

$$(30)\qquad S\sin mh\omega - S\sin mk\omega = \left(\frac{m}{n}\right)\sqrt{n},$$

le signe S indiquant une somme de termes semblables entre eux, et relatifs aux diverses valeurs de h ou de k, qui vérifient la condition (17) ou (18). Si l'on suppose en particulier $m=1$, on aura simplement, lorsque n sera de la forme $4x+1$,

$$(31)\qquad S\cos h\omega - S\cos k\omega = \sqrt{n},$$

et lorsque n sera de la forme $4x+3$,

$$(32)\qquad S\sin h\omega - S\sin k\omega = \sqrt{n}.$$

§ II. *Sur les résidus et les non-résidus quadratiques inférieurs à la moitié d'un module donné.*

» Parmi les entiers inférieurs à un nombre impair n, mais premiers à n, considérons en particulier ceux qui ne surpassent pas la moitié de ce même nombre, et soit l un de ces entiers. On aura généralement

$$(1)\qquad \left(\frac{-1}{n}\right) = (-1)^{\frac{n-1}{2}},\quad \left(\frac{n-l}{n}\right) = (-1)^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{l}{n}\right),$$

puis on en conclura, si n est de la forme $4x+1$,

$$(2)\qquad \left(\frac{n-l}{n}\right) = \left(\frac{l}{n}\right),$$

et, si n est de la forme $4x+3$,

$$(3)\qquad \left(\frac{n-l}{n}\right) = -\left(\frac{l}{n}\right).$$

Cela posé, parmi les entiers inférieurs à $\frac{n}{2}$, mais premiers à n, nommons

h un quelconque de ceux qui vérifient la condition

$$(4) \qquad \left(\frac{h}{n}\right) = 1,$$

et k l'un quelconque de ceux qui vérifient la condition

$$(5) \qquad \left(\frac{k}{n}\right) = -1.$$

Les entiers inférieurs à n, mais premiers à n, seront entre les limites 0, $\frac{n}{2}$, de l'une des formes

$$h, \quad k,$$

et entre les limites $\frac{n}{2}$, n, de l'une des formes,

$$n-h, \quad n-k.$$

De plus on aura, si n est de la forme $4x+1$,

$$(6) \quad \left(\frac{h}{n}\right)=1, \quad \left(\frac{n-h}{n}\right)=1, \quad \left(\frac{k}{n}\right)=-1, \quad \left(\frac{n-k}{n}\right)=-1;$$

et, si n est de la forme $4x+3$,

$$(7) \quad \left(\frac{h}{n}\right)=1, \quad \left(\frac{n-k}{n}\right)=1, \quad \left(\frac{k}{h}\right)=-1, \quad \left(\frac{n-h}{n}\right)=-1.$$

Cela posé, si, dans les formules (31), (32) du § I^er^, on étend le signe S aux seules valeurs de h ou de k qui ne surpassent pas $\frac{n}{2}$, on verra évidemment ces formules se réduire aux suivantes,

$$(8) \quad \mathrm{S}\cos h\omega - \mathrm{S}\cos k\omega = \tfrac{1}{2}\sqrt{n}, \qquad \text{pour } n \equiv 1, \pmod 4,$$

$$(9) \quad \mathrm{S}\sin h\omega - \mathrm{S}\sin k\omega = \tfrac{1}{2}\sqrt{n}, \qquad \text{pour } n \equiv 3, \pmod 4,$$

la valeur de ω étant toujours

$$(10) \qquad \omega = \frac{\pi}{2n}.$$

Alors aussi, m étant premier à n, on aura, en vertu des formules (29), (30) du § I^er^,

$$(11) \quad \mathrm{S}\cos mh\omega - \mathrm{S}\cos mk\omega = \tfrac{1}{2}\left(\frac{m}{n}\right)\sqrt{n}, \qquad \text{pour } n \equiv 1, \pmod 4,$$

$$(12) \quad \mathrm{S}\sin mh\omega - \mathrm{S}\sin mk\omega = \tfrac{1}{2}\left(\frac{m}{n}\right)\sqrt{n}, \qquad \text{pour } n \equiv 3, \pmod 4.$$

» Observons maintenant que, n étant impair, ou premier à 2, les entiers inférieurs à n, mais premiers à n, pourront être représentés indifférem-

ment ou par les divers termes de l'une des formes

$$h,\ k,\ n - h,\ n - k,$$

ou par les nombres qu'on obtiendrait en doublant ces termes et divisant les résultats par n. D'ailleurs ces derniers nombres seront de l'une des formes

$$2h,\ 2k,\ n - 2h,\ n - 2k.$$

Enfin l'on trouvera généralement

$$\left(\frac{2}{n}\right) = (-1)^{\frac{n^2-1}{8}}, \tag{13}$$

c'est-à-dire que $\left(\frac{2}{n}\right)$ se réduira simplement à $+1$, si n est de l'une des formes $8x + 1$, $8x + 7$, et à -1, si n est de l'une des formes $8x + 3$, $8x + 5$; et l'on aura par suite, eu égard aux formules (6), (7) : 1° si n est de la forme $8x + 1$,

$$\left(\frac{2h}{n}\right) = 1,\ \left(\frac{n-2h}{n}\right) = 1,\ \left(\frac{2k}{n}\right) = -1,\ \left(\frac{n-2k}{n}\right) = -1; \tag{14}$$

2° si n est de la forme $8x + 5$,

$$\left(\frac{2k}{n}\right) = 1,\ \left(\frac{n-2k}{n}\right) = 1,\ \left(\frac{2h}{n}\right) = -1,\ \left(\frac{n-2h}{n}\right) = -1; \tag{15}$$

3° si n est de la forme $8x + 3$,

$$\left(\frac{2k}{n}\right) = 1,\ \left(\frac{n-2h}{n}\right) = 1,\ \left(\frac{2h}{n}\right) = -1,\ \left(\frac{n-2k}{n}\right) = -1; \tag{16}$$

4° si n est de la forme $8x + 7$,

$$\left(\frac{2h}{n}\right) = 1,\ \left(\frac{n-2k}{n}\right) = 1,\ \left(\frac{2k}{n}\right) = -1,\ \left(\frac{n-2h}{n}\right) = -1. \tag{17}$$

Cela posé, il est clair que, si l'on suppose le module n de la forme $8x + 1$, les mêmes nombres inférieurs à n, et premiers à n, pourront être représentés, à l'ordre près, soit par les termes de la forme

$$h,\ n - h,$$

soit par les termes de la forme

$$2h,\ n - 2h.$$

Donc, en étendant le signe S à toutes les valeurs de h, on aura, dans cette hypothèse,

$$S(h) + S(n - h) = S(2h) + S(n - 2h),$$

et même plus généralement

$$\mathrm{Sf}(h) + \mathrm{Sf}(n-h) = \mathrm{Sf}(2h) + \mathrm{Sf}(n-2h),$$

$\mathrm{f}(x)$ désignant une fonction quelconque de x. On trouvera, par exemple, en prenant pour m un nombre entier

$$\mathrm{S}h^m + \mathrm{S}(n-h)^m = \mathrm{S}(2h)^m + \mathrm{S}(n-2h)^m.$$

Par des raisonnements semblables, on tirera des formules (14), (15), (16), (17), comparées aux formules (6) et (7) :

1° si n est de la forme $8x + 1$,

$$(18)\qquad \begin{cases} \mathrm{S}h^m + \mathrm{S}(n-h)^m = \mathrm{S}(2h)^m + \mathrm{S}(n-2h)^m, \\ \mathrm{S}k^m + \mathrm{S}(n-k)^m = \mathrm{S}(2k)^m + \mathrm{S}(n-2k)^m; \end{cases}$$

2° si n est de la forme $8x + 5$,

$$(19)\qquad \begin{cases} \mathrm{S}h^m + \mathrm{S}(n-h)^m = \mathrm{S}(2k)^m + \mathrm{S}(n-2k)^m, \\ \mathrm{S}k^m + \mathrm{S}(n-k)^m = \mathrm{S}(2h)^m + \mathrm{S}(n-2h)^m; \end{cases}$$

3° si n est de la forme $8x + 3$,

$$(20)\qquad \begin{cases} \mathrm{S}h^m + \mathrm{S}(n-k)^m = \mathrm{S}(2k)^m + \mathrm{S}(n-2h)^m, \\ \mathrm{S}k^m + \mathrm{S}(n-h)^m = \mathrm{S}(2h)^m + \mathrm{S}(n-2k)^m; \end{cases}$$

4° si n est de la forme $8x + 7$,

$$(21)\qquad \begin{cases} \mathrm{S}h^m + \mathrm{S}(n-k)^m = \mathrm{S}(2h)^m + \mathrm{S}(n-2k)^m, \\ \mathrm{S}k^m + \mathrm{S}(n-h)^m = \mathrm{S}(2k)^m + \mathrm{S}(n-2h)^m. \end{cases}$$

» Posons maintenant

$$(22)\qquad \mathrm{S}.h^m = s_m, \quad \mathrm{S}k^m = t_m,$$

$$(23)\qquad i = s_0, \quad j = t_0.$$

i sera le nombre des valeurs de h, et j le nombre des valeurs de k inférieures à $\frac{n}{2}$; tandis que

$$s_1 \quad \text{ou} \quad t_1$$

représentera la somme de ces valeurs de h ou de k,

$$s_2 \quad \text{ou} \quad t_2$$

la somme de leurs carrés,

$$s_3 \quad \text{ou} \quad t_3$$

la somme de leurs cubes, etc...; et, si dans les formules (18), (19), (20), (21), on pose successivement

$$m = 0, \quad m = 1, \quad m = 2, \quad m = 3, \ldots$$

on obtiendra des relations diverses entre les quantités

$$i, s_1, s_2, s_3, \ldots j, t_1, t_2, t_3, \ldots$$

» Si l'on combine, par voie d'addition, les deux formules (18), ou (19), ou (20), ou (21), on obtiendra seulement des relations entre les sommes

$$i + j, \; s_1 + t_1, \quad s_2 + t_2, \quad s_3 + t_3, \ldots$$

dont la valeur est connue, puisque le système entier des nombres des deux formes h et k, ne diffère pas du système des entiers inférieurs à $\frac{1}{2}n$, et premiers à n. Mais, si la combinaison a lieu par voie de soustraction, on obtiendra des relations entre les différences

$$i - j, \; s_1 - t_1, \; s_2 - t_2, \; s_3 - t_3, \ldots$$

Alors, en posant

$$\left[2^m - \left(\frac{2}{n}\right)\right] \frac{s_m - t_m}{n^m} = v_m, \tag{24}$$

en sorte qu'on ait

$$\frac{2^m - 1}{n^m}(s_m - t_m) = v_m, \qquad \text{pour} \quad n \equiv 1 \text{ ou } 7, \text{ (mod. 8)}, \tag{25}$$

et

$$\frac{2^m + 1}{n^m}(s_m - t_m) = v_m, \qquad \text{pour} \quad n \equiv 3 \text{ ou } 5, \text{ (mod. 8)}, \tag{26}$$

on trouvera : 1° si n est de la forme $4x + 1$,

$$v_m + v_0 - m v_1 + \frac{m(m-1)}{1.2} v_2 - \ldots\ldots \pm v_m = 0; \tag{27}$$

2° si n est de la forme $4x + 3$,

$$-v_m + v_0 - m v_1 + \frac{m(m-1)}{1.2} v_2 - \text{etc.} \ldots \pm v_m = 0. \tag{28}$$

On aura donc, si n est de la forme $4x+1$,

$$(29)\qquad \begin{cases} v_0 = 0, \\ v_0 - 2v_1 + 2v_2 = 0, \\ v_0 - 3v_1 + 3v_2 = 0, \\ v_0 - 4v_1 + 6v_2 - 4v_3 + 2v_4 = 0, \\ \text{etc.,...} \end{cases}$$

par conséquent

$$(30)\qquad v_0 = 0, \quad v_2 - v_1 = 0, \quad v_4 - 2v_3 + v_2 = 0, \text{ etc....;}$$

et, si n est de la forme $4x+3$,

$$(31)\qquad \begin{cases} v_0 - 2v_1 = 0, \\ v_0 - 2v_1 = 0, \\ v_0 - 3v_1 + 3v_2 - 2v_3 = 0, \\ v_0 - 4v_1 + 6v_2 - 4v_3 = 0, \\ \text{etc.....} \end{cases}$$

par conséquent

$$(32)\qquad v_0 - 2v_1 = 0, \quad v_1 - 3v_2 + 2v_3 = 0, \text{ etc....}$$

On aura d'ailleurs, en vertu des formules (23), (25) et (26),

$$(33)\qquad v_0 = 0, \qquad \text{si } n \equiv 1 \text{ ou } 7, \text{ (mod. 8)},$$

$$(34)\qquad v_0 = 2(i-j), \qquad \text{si } n \equiv 3 \text{ ou } 5, \text{ (mod. 8)}.$$

Cela posé, les formules (30) et (32) donneront : 1° si n est de la forme $8x+1$,

$$(35)\quad 3(s_2-t_2)=n(s_1-t_1),\ 15(s_4-t_4)=n[14(s_3-t_3)-3n(s_2-t_2)],\text{etc...;}$$

2° si n est de la forme $8x+5$,

$$(36)\quad i=j,\ 5(s_2-t_2)=3n(s_1-t_1),\ 17(s_4-t_4)=n[18(s_3-t_3)-5n(s_2-t_2)],\text{ etc..;}$$

3° si n est de la forme $8x+3$,

$$(37)\quad 3(s_1-t_1)=n(i-j),\ 6(s_3-t_3)=n[5(s_2-t_2)-n(s_1-t_1)],\text{ etc..;}$$

4° si n est de la forme $8x+7$,

$$(38)\qquad s_1=t_1,\quad 14(s_3-t_3)=9n(s_2-t_2),\text{ etc....}$$

Ajoutons que, si l'on désigne par

$$S_m \text{ ou } T_m$$

la somme des $m^{ièmes}$ puissances des entiers inférieurs non plus à $\frac{n}{2}$, mais à n, et qui, étant premiers à n, vérifient la condition (4) ou (5), les valeurs de S_m, T_m, pourront être représentées par les premiers membres des formules (18) et (19), ou (20) et (21); et que l'on aura en conséquence,

1° si n est de la forme $4x + 1$,

$$(39)\quad S_m - T_m = s_m - t_m + n^m(i-j) - mn^{m-1}(s_1 - t_1) + \frac{m(m-1)}{2} n^{m-2}(s_2 - t_2) - \text{etc.};$$

2° si n est de la forme $4x + 3$,

$$(40)\quad S_m - T_m = s_m - t_m - n^m(i-j) + mn^{m-1}(s_1 - t_1) - \frac{m(m-1)}{2} n^{m-2}(s_2 - t_2) + \text{etc.}$$

D'autre part les sommes

$$S_0 + T_0,\quad S_1 + T_1,\quad S_2 + T_2, \ldots$$

seront des quantités connues; et, en nommant N le nombre des entiers inférieurs à n mais premiers à n, on trouvera, si n n'est pas un carré,

$$(41)\qquad S_2 = T_0 = \frac{1}{2} N, \qquad S_0 + T_0 = N.$$

Cela posé, si dans les formules (39), (40), on attribue simultanément à m les valeurs $0, 1, 2, 3, \ldots$
on tirera de ces formules: 1° en supposant que n soit un nombre, non carré, de la forme $4x + 1$,

$$(42)\quad i = j,\ S_1 = T_1,\ S_2 - T_2 = 2[s_2 - t_2 - n(s_1 - t_1)],\ \text{etc.};$$

2° en supposant n de la forme $4x + 3$,

$$(43)\quad S_1 - T_1 = 2(s_1 - t_1) - n(i-j),\ S_2 - T_2 = 2n(s_1 - t_1) - n^2(i-j),\ \text{etc...}$$

et par conséquent

$$(44)\qquad T_2 - S_2 = n(T_1 - S_1).$$

On trouvera en effet, pour $n = 3$,

$$T_1 - S_1 = 2 - 1 = 1,\ T_2 - S_2 = 4 - 1 = 3.1;$$

pour $n = 7$,

$$T_1 - S_1 = 3 + 5 + 6 - 1 - 2 - 4 = 7,\ T_2 - S_2 = 49 = 7.7;$$

pour $n = 11$,

$$T_1 - S_2 = 2 + 6 + 7 + 8 + 10 - 1 - 3 - 4 - 5 - 9 = 11,\ T_2 - S_2 = 121 = 11.11;$$

pour $n = 15$,

$T_1 - S_1 = 7 + 11 + 13 + 14 - 1 - 2 - 4 - 8 = 30$, $T_2 - S_2 = 450 = 15.30$; etc.

En combinant les formules (42), (43), (44), avec les formules (35), (36), (37), (38), on en conclura : 1° si n est de la forme $8x + 1$, sans être un carré,

$$(45) \qquad i = j, \quad S_1 = T_1, \quad S_2 - T_2 = 4(t_2 - s_2), \text{ etc....};$$

2° si n est de la forme $8x + 5$,

$$(46) \qquad i = j, \quad S_1 = T_1, \quad 3(S_2 - T_2) = 4(t_2 - s_2), \text{ etc...};$$

3° si n est de la forme $8x + 3$,

$$(47) \qquad T_1 - S_1 = n\,\frac{i-j}{3}, \quad T_2 - S_2 = n^2\,\frac{i-j}{3}, \quad \text{etc...};$$

4° si n est de la forme $8x + 7$,

$$(48) \qquad T_1 - S_1 = n(i-j), \quad T_2 - S_2 = n^2\,\frac{i-j}{2}, \quad \text{etc....}$$

» Si n était un carré impair, alors, la condition (4) se trouvant vérifiée pour tout nombre premier à n, t_m et T_m s'évanouiraient généralement, et l'on tirerait des formules (35), (39), jointes à la seconde des formules (41),

$$(49) \qquad 3s_2 = ns_1, \quad 15s_4 = n(14s_3 - ns_2), \text{ etc....}$$

$$(50) \qquad S_0 = 2i = N, \quad S_1 = ni, \quad S_2 = n^2 i - 4s_2, \text{ etc.....}$$

» Dans le cas particulier où n se réduit à un nombre premier impair, les entiers ci-dessus désignés par h ou k ne sont autres que les résidus ou les non-résidus quadratiques inférieurs à $\frac{n}{2}$. Donc alors i ou j représente le nombre de ces résidus, ou le nombre de ces non-résidus, et s_m ou t_m la somme de leurs puissances du degré m. Cette même somme devient S_m ou T_m, lorsqu'on y admet tous les résidus ou non-résidus inférieurs à m.

» Parmi les formules qui précèdent, celles qui renferment seulement les trois différences

$$i - j, \quad s_1 - t_1, \quad S_1 - T_1,$$

étaient déjà connues, au moins pour le cas où n se réduit à un nombre premier. Ainsi, en particulier, on connaissait les deux premières des formules (42); et M. Liouville m'a dit être parvenu à démontrer directement la première des équations (37) ou (38), ainsi que la première des équations (47) ou (48). J'ajouterai que la première des équations (47),

et la première des équations (48), résultaient déjà de la comparaison de formules données par M. Dirichlet.

» Dans un autre article, je montrerai comment des formules précédentes, combinées avec les équations connues, qui fournissent les développements de $\sin \omega s$ ou de $\cos \omega s$, en séries ordonnées suivant les sinus ou cosinus des multiples de ω, on peut déduire le signe de la différence $i - j$, quand n est de la forme $4x + 3$, et des limites entre lesquelles cette différence se trouve comprise. J'examinerai aussi quelles sont les formules qui doivent remplacer les précédentes, lorsque la lettre n représente, non plus un nombre impair, mais un nombre pair. »

RAPPORTS.

CHIMIE. — *Rapport sur un Mémoire de* M. **Boutin**, *relatif aux produits de l'action de l'acide nitrique sur la résine d'aloès et à leur application à la teinture.*

(Commissaires, MM. Thénard, Robiquet, Pelouze rapporteur.)

« La résine d'aloès soumise à l'action de l'acide nitrique, donne naissance à plusieurs produits parmi lesquels se trouve un acide remarquable dont l'examen chimique et les applications à l'art de la teinture constituent principalement le Mémoire dont l'Académie nous a chargés de lui rendre compte. L'acide dont nous voulons parler a été signalé pour la première fois en 1808 par M. Braconnot et désigné par lui sous le nom d'*acide aloétique*. L'habile chimiste de Nancy l'obtint sous la forme d'une poudre jaune, incristallisable, d'une amertume extrême, peu soluble dans l'eau à laquelle il communique néanmoins une belle couleur rouge de sang artériel et formant avec la potasse un sel rouge foncé, susceptible de détoner avec la violence de la poudre à canon, en dégageant une odeur prononcée d'acide prussique et laissant après sa combustion une légère trace charbonneuse.

» M. Braconnot signala de plus l'acide oxalique parmi les produits de l'acide nitrique sur l'aloès.

» Plus tard, M. Liebig s'occupa aussi du même sujet et annonça, qu'outre les deux acides précédents, l'aloès en produisait un troisième, l'acide carbazotique, lorsqu'on le soumettait à l'influence prolongée d'une grande quantité d'acide nitrique concentré. Il décrivit quelques-unes des principales propriétés de l'acide aloétique et remarqua que la soie qu'on

faisait bouillir dans une dissolution aqueuse de cette substance y prend une belle couleur rouge pourprée qui résiste à l'action des alcalis et des acides, que d'un autre côté, la laine s'y teint en beau noir et le coton en rose. Du reste, M. Liebig ne poussa pas plus loin ses recherches sur ce sujet.

» L'histoire de l'acide aloétique présentait donc, comme on le voit, bien des lacunes. M. Boutin a tenté de les combler, et si en quittant, pour l'industrie, le Muséum où il était préparateur, il a eu le regret de ne pouvoir compléter, comme il l'aurait désiré, le côté scientifique de son Mémoire, en revanche il s'est trouvé en position de faire dans son atelier de teinture des applications à l'industrie, qui lui auraient peut-être échappé dans son laboratoire.

» M. Boutin obtient l'acide aloétique par un procédé semblable à celui qu'a indiqué M. Braconnot; il regarde toutefois comme un signe d'impureté la couleur jaune attribuée à l'acide aloétique, et recommande, pour le dépouiller des matières qui le souillent, des lavages à l'eau chaude continués jusqu'à ce que l'acide ait acquis une belle couleur rouge pourpre. Après quoi, il reste à l'unir à la potasse ou à la soude, à faire cristalliser le sel plusieurs fois et à le décomposer par l'acide hydro-chlorique qui en sépare l'acide aloétique, qui n'a plus besoin, pour être pur, que d'un lavage à l'eau chaude.

» L'acide aloétique que M. Boutin désigne dans son Mémoire sous le nom d'*acide polychromatique*, n'offre pas de formes cristallines quel que soit le dissolvant d'où il ait été séparé. C'est une poudre d'un brun-rouge assez foncé, très amère et astringente, sans odeur sensible, exigeant pour se dissoudre près de 900 fois son poids d'eau froide et seulement 70 à 80 parties d'alcool.

» Une température de 3 à 400° décompose instantanément l'acide aloétique qui fuse et détone légèrement. Projeté sur un charbon rouge, il produit une vapeur pourpre et des gaz d'une odeur cyanique. Tous ses sels sont colorés et le plus souvent insolubles. Quelques-uns, et particulièrement l'aloétate d'argent, fulminent lorsqu'on les chauffe. Ceux qui sont insolubles ou peu solubles peuvent être facilement préparés avec l'aloétate de potasse par la méthode des doubles décompositions.

» M. Liebig avait annoncé que l'aloétate de potasse est décomposé par l'alcool qui en sépare du nitre et une matière jaune amère. Cette circonstance est due, d'après M. Boutin, à ce que le sel sur lequel avait opéré M. Liebig n'était pas pur, car il ne l'a pas reproduite avec l'aloétate de potasse préparé comme il vient d'être dit. Ce sel reste inaltérable dans

l'alcool. L'observation de M. Boutin nous paraît d'autant plus juste que M. Liebig lui-même n'a rien dit qui pût faire croire qu'il avait obtenu l'acide aloétique pur.

» Relativement à la pureté de cette substance, telle que la prépare M. Boutin, ajoutons tout de suite que rien ne prouve qu'elle soit complète, puisque ce chimiste n'a pas fait connaître sa combinaison élémentaire et celle de ses combinaisons salines. Cependant comme l'acide aloétique et les aloétates présentent toujours les mêmes propriétés physiques, comme d'ailleurs il forme avec la potasse un sel bien cristallisé dans lequel on n'aperçoit jamais qu'une seule matière homogène, nous regardons comme assez probable que l'acide aloétique préparé par le procédé de M. Boutin est sensiblement pur.

» L'analyse élémentaire d'un bel échantillon de cet acide a présenté à l'un de nous les nombres suivants :

Carbone.. = 40,0,
Hydrogène = 1,1,
Azote..... = 12,2,
Oxigène... = 46,7,

qui, traduits en équivalents, conduisent à la formule

$$C^{15}\,Az^{2}\,H^{8}\,O^{13}.$$

» Cette analyse, pour être considérée comme rigoureusement exacte, avait besoin d'être répétée et contrôlée par celle de quelques aloétates. Elle suffit toutefois pour distinguer cet acide des acides indigotique et carbazotique, qui ont, le dernier surtout, beaucoup de ressemblance avec lui. Cette analyse est également suffisante pour permettre de ne pas confondre l'acide aloétique avec la substance que M. Gerhardt a signalée dernièrement comme produit de l'acide nitrique sur l'hellénine, et qu'il a nommée *nitro-hellénine*.

» M. Wöhler, en désoxidant l'acide carbazotique par un moyen semblable à celui à l'aide duquel on transforme l'indigo bleu en indigo blanc, a obtenu un nouvel acide qu'il a appelé *acide nitro-hématique*. Cet habile chimiste n'en a pas donné la composition élémentaire. Les propriétés de l'acide nitro-hellénique diffèrent si peu de celles de l'acide aloétique, qu'il n'y aurait rien d'étonnant à ce que ces deux corps fussent identiques, et la dissemblance qu'on remarque dans quelques cas est si faible, qu'elle pourrait bien être due à l'état d'impureté de l'acide nitro-hématique. Nous en dirons autant de la substance jaune, amère, reconnue par M. Braconnot

parmi les produits de l'action de l'acide nitrique sur les résines de gomme-gutte et de myrrhe. Il nous paraît également possible que l'acide aloétique prenne naissance dans le traitement de l'indigo par l'acide nitrique, après la formation de l'acide indigotique et avant celle de l'acide carbazotique, car d'une part l'acide aloétique se change, comme nous l'avons dit, en acide carbazotique, en donnant simultanément naissance à une matière particulière, le cyanyle, qu'on trouve également, d'après M. Boutin, dans les produits de la décomposition de l'indigo par l'acide nitrique; et d'une autre part, en partant de la composition assignée par M. Dumas à l'acide indigotique, et de l'analyse de l'acide aloétique, ce dernier acide pourrait se former d'une manière très simple. L'acide nitrique enlèverait à l'acide indigotique 3 équivalents d'hydrogène et les remplacerait dans l'acide aloétique par 1 équivalent d'acide nitreux AzO^3.

» Quoi qu'il en soit des considérations précédentes, que nous présentons avec réserve et comme de simples hypothèses, on peut assurer qu'il y a de belles expériences à tenter et une ample moisson d'observations intéressantes à recueillir dans l'examen comparatif des produits dont nous avons parlé et dans la définition précise des circonstances dans lesquelles ils se forment.

» Les notions que l'on possède sur les matières diverses qui résultent de l'action de l'acide nitrique sur les substances organiques, se réduisent à fort peu de chose; s'il est juste de dire qu'on a étudié avec beaucoup de soin quelques-uns de ces produits, il n'est pas moins vrai qu'on peut ajouter que leur formation n'est prévue par aucune règle, et qu'il est à peine possible de représenter par une équation chimique quelques cas particuliers de ces sortes de réactions. La difficulté paraît encore s'accroître quand l'azote de l'acide nitrique intervient comme principe constituant des nouvelles matières auxquelles cet acide donne naissance.

» Nous avons dit que M. Boutin a signalé la formation d'une matière liquide qui apparaît en même temps que l'acide carbazotique. Cette matière, qu'il a appelée *cyanyle*, a été à peine examinée par l'auteur, qui s'est uniquement borné à la description de quelques-unes de ses propriétés physiques.

» Le cyanyle est un liquide incolore, d'une odeur excessivement forte et pénétrante, qui ressemble tout-à-la-fois à celle de l'acide prussique et du cyanogène, insoluble dans l'eau, plus dense que ce liquide et vénéneux à très faible dose. Il est volatil et entre en ébullition sans se décomposer, à une température qui paraît très élevée.

» M. Boutin a fait l'observation intéressante que la laine et surtout la soie se teignent avec facilité par l'acide aloétique, qui est susceptible de leur communiquer les nuances les plus variées. D'après lui, ces nuances sont plus solides que celles obtenues avec les matières colorantes de nature organique, généralement employées; et comme d'ailleurs l'acide aloétique se prépare facilement, et que sa propriété tinctoriale est considérable sous un poids très petit, il croit que l'art de la teinture est en droit d'attendre d'heureux résultats de l'emploi de cet acide. Le temps décidera si les espérances de M. Boutin sont fondées; dans tous les cas, les résultats auxquels il est arrivé sont fort curieux, et ne peuvent manquer d'appeler l'attention des teinturiers.

» Nous allons indiquer succinctement les principales expériences que M. Boutin a fait connaître et dont il nous a rendus témoins.

» En mordançant la soie dans une dissolution d'acétate de cuivre à une température de 70 à 80°, la lavant ensuite dans une eau ammoniacale et la passant dans un bain d'acide aloétique à la même température que le mordant, et finissant par un avivage avec du vinaigre faible, on obtient *les nuances bois* plus ou moins foncées.

» Les *nuances corinthe* se fixent en plongeant la soie dans une dissolution étendue d'acide tartrique ou citrique, à 40°, et la passant ensuite dans un bain plus ou moins foncé d'acide aloétique à une température de 50 à 60°.

» La *nuance rose* s'obtient de la même manière, si ce n'est que le bain de teinture doit être très peu chargé et contenir une petite quantité d'alun.

» Les *nuances violettes* méritent une attention spéciale, car on sait combien sont rares les matières organiques qui peuvent les donner. M. Boutin les obtient en ajoutant au bain d'acide aloétique, de l'ammoniaque liquide et de l'acide acétique. Ce n'est que quand le bain est bien tourné au violet, que la soie doit y être teinte à une température de 50 à 60°. Pour la soie, le bain doit contenir un excès d'acide; c'est le contraire pour la laine avec laquelle l'ammoniaque doit dominer.

» La *couleur bleue* se prépare en ajoutant au bain d'acide aloétique un sel double préparé avec le protochlorure d'étain et la crème de tartre. Le bain tourne d'abord au violet. On y ajoute ensuite une dissolution de chlorure d'étain et d'acide tartrique; une petite quantité d'ammoniaque liquide suffit ensuite pour tourner le bain au bleu. C'est alors qu'on y plonge la soie qui ne tarde pas à se teindre en un bleu que M. Boutin indique comme très solide.

» Les *nuances écrues*, les *nuances de fantaisie*, les *nuances aventurine*

et quelques autres, peuvent se fixer sur la soie et la laine par des procédés plus ou moins analogues.

» Le *vert* s'obtient en passant la soie teinte en jaune par l'acide carbazotique dans le bain de bleu précédemment indiqué.

» En résumé, le Mémoire de M. Boutin contient des observations importantes sous le double rapport scientifique et industriel.

» Nous avons l'honneur de proposer à l'Académie de donner son approbation à ce travail et de remercier l'auteur de sa communication. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

CHIMIE. — *Extrait d'un Rapport sur un Mémoire présenté par* M. **Séguin** *et ayant pour titre :* Recherches sur la distillation des matières animales.

(Commissaires, MM. Arago, Becquerel, Dumas, Séguier, d'Arcet rapporteur.)

..... « M. Séguin s'est proposé de recueillir les produits gazeux provenant de la distillation des matières animales; de les purifier convenablement; de les rendre propres à l'éclairage des villes et d'augmenter ainsi le nombre des produits utiles de l'opération.

» Les muscles des animaux, restés sans emploi et abandonnés sur le sol des voiries, ont surtout fixé l'attention de M. Séguin. Ces matières animales, contenant au moins 60 centièmes d'eau, ne pouvant pas être emmagasinées sans de graves inconvénients et leur approvisionnement étant d'ailleurs fort irrégulier, M. Séguin dut d'abord penser à en opérer la dessiccation à peu de frais. Il a exécuté cette opération de la manière la plus satisfaisante sous le double rapport de l'économie et de la salubrité : en effet, ces matières animales sont desséchées, dans l'appareil de M. Séguin, par la chaleur perdue des appareils distillatoires, et la buée, s'élevant des matières animales, entraînée par une ventilation bien dirigée, est obligée de traverser le foyer du fourneau où elle se désinfecte complétement.

» Après avoir ainsi desséché à bas prix, sans nuire à la salubrité de l'air, les matières premières qu'il emploie, M. Séguin a eu à étudier et à régulariser la distillation des matières animales; il a déterminé par de nombreux essais, la disposition la plus convenable à donner à la cornue et la température la plus avantageuse à employer pour produire le gaz de la meilleure qualité. Avec la disposition d'appareil adoptée par M. Séguin, les cornues devaient être chauffées un peu au-dessus du rouge-cerise.

» Les produits que l'on obtient de la distillation des matières animales

sont, comme on le sait, plus nombreux et plus compliqués que ceux que l'on a ordinairement à traiter dans les usines à gaz. Les produits solides, qui sont le noir d'os et le charbon des muscles, peuvent être versés immédiatement dans le commerce; mais il n'en est pas de même des produits liquides, des vapeurs et des gaz recueillis pendant le cours de l'opération: ces derniers produits sont des carbures d'hydrogène, les uns liquides, les autres gazeux; comme ils sont accompagnés par du sulfure de carbone, du carbonate, de l'acétate et de l'hydro-sulfate d'ammoniaque, ces divers produits exigent l'application de connaissances chimiques précises pour être convenablement purifiés et appropriés aux usages auxquels on les destine.

» M. Séguin les force à passer à travers une solution d'hydro-chlorate de chaux, qui retient tout le carbonate d'ammoniaque. L'acide carbonique s'unit à la chaux, tandis que l'acide hydro-chlorique se combine à l'ammoniaque et la retient dans la liqueur de lavage. La séparation du sulfure de carbone qui, en brûlant, aurait produit de l'acide carbonique et de l'acide sulfureux, et qu'il était par conséquent très important de séparer du gaz pour le rendre propre à l'éclairage, était une opération délicate; M. Séguin n'avait point trouvé de guide dans les procédés d'épuration ordinairement employés en manufacture, et c'est à ses connaissances chimiques qu'il doit d'avoir surmonté cette difficulté de nature à rendre inutile le perfectionnement des autres parties de sa fabrication. Il paraît être arrivé à son but, en faisant passer à froid et lentement le gaz, au sortir du premier épurateur, dans un tuyau rempli de morceaux de soufre et en n'envoyant le gaz au gazomètre qu'alors qu'il ne donne plus d'acide sulfureux en brûlant: c'est ici le soufre qui, en se dissolvant dans le sulfure de carbone, le retient sans le décomposer, en annule la tension, et achève ainsi complétement la purification du gaz; la Commission a pensé que ce procédé ingénieux devrait être étudié par les producteurs du gaz à la houille, pour lesquels la présence du sulfure de carbone est quelquefois un inconvénient très grave.

» Le gaz après avoir été ainsi purifié, ne contient plus, d'après M. Séguin, qu'environ 10 gr. de vapeurs empyreumatiques par mètre cube, et il jouit d'un pouvoir éclairant tel, qu'il n'en faut que 22 litres pour donner pendant une heure, autant de lumière qu'en produit la lampe de Carcel.

» M. Séguin dit qu'en soumettant à la distillation un cheval du poids moyen de $255^{kilog.},75$, il obtient :

22 309 litres de gaz pouvant entretenir un grand bec d'éclairage pendant 359 heures;

$11^{kil.},35$ de sel ammoniac;

Et $15^{kil.},75$ de noir d'os.

» La Commission trouve dans les documents qu'elle possède sur la fabrication du sulfate d'ammoniaque, la preuve qu'il pourrait obtenir, dans un travail suivi, une proportion plus grande de sel ammoniac et surtout de noir d'os : la Commission est donc loin de regarder la quantité des produits obtenus par M. Séguin comme étant exagérée, et elle croit même que, *sous ce rapport*, le compte de fabrication qu'il a donné à la fin de son Mémoire pourrait être amélioré.

» La Commission a vu opérer M. Séguin; elle a examiné l'appareil et le mode de distillation qu'il a établis; elle a passé une soirée dans un local éclairé au gaz préparé par son procédé; elle a remarqué avec intérêt les perfectionnements que M. Séguin a apportés à la construction de la pompe qui, dans certaines circonstances, lui sert à comprimer le gaz, et à l'appareil qu'il emploie pour régulariser l'écoulement du gaz comprimé; elle a reconnu que le gaz provenant de la distillation des matières animales, tel que le prépare M. Séguin, brûle sans odeur, et fournit une lumière vive, blanche et d'un grand pouvoir éclairant. La Commission se plaît à reconnaître que M. Séguin a fait preuve de talent et de persévérance en organisant, comme il l'a fait, la distillation en grand des matières animales, dans le but principal de la production d'un gaz éclairant de bonne qualité. Elle n'examinera pas la question de savoir si les industries qui utilisent les débris des matières animales, autrefois sans valeur, ne nuiront pas à l'exécution des projets de M. Séguin par le grand développement qu'elles prennent et en augmentant la valeur des débris qu'elles emploient. Elle se prononcera encore moins sur la partie financière du Mémoire qui l'occupe parce que ce serait contraire aux usages de l'Académie, et parce qu'il lui faudrait d'ailleurs pour cela se livrer à une longue série de vérifications qu'elle n'a pu faire au moyen d'un appareil d'essai; mais elle déclare que c'est avec un vif intérêt qu'elle a pris connaissance des travaux de M. Séguin, et propose à l'Académie d'approuver ses recherches, et d'engager M. Séguin à les continuer et à compléter l'étude chimique des divers produits qu'il obtient par la distillation en grand des matières animales. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

TOPOGRAPHIE. — *Rapport sur un Mémoire intitulé :* Considérations sur la représentation du terrain dans les cartes topographiques ; *par* M. AMELIN, professeur de dessin à l'École régimentaire du génie de Montpellier.

(Commissaires, MM. Savary, Puissant rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, M. Savary et moi, d'examiner ce manuscrit, présenté le 3 février dernier, et nous venons en rendre compte.

» L'auteur passe d'abord en revue les divers procédés géométriques et pittoresques qui, depuis l'apparition de la *Géographie physique* de Buache, ont été suivis ou proposés pour exprimer sur les cartes à grande échelle tous les mouvements d'un terrain plus ou moins accidenté ; ce qui l'amène naturellement à parler du système géométrique adopté depuis long-temps dans le corps du génie, et à citer le travail d'une Commission des différents services publics, qui fut chargée, en 1802, de proposer un mode uniforme pour le dessin topographique jusque alors livré à l'arbitraire dans la plupart des écoles d'application.

» Ce professeur expose ensuite les avantages que telle méthode lui paraît avoir sur telle autre, et insiste avec raison pour que le relief du terrain soit exprimé géométriquement sur les cartes, au moyen de courbes de niveau équidistantes dans le sens vertical, ou de lignes normales aux projections de ces courbes. Mais il pense qu'il est en outre nécessaire de lui donner plus d'effet en y appliquant des teintes conformément au système des rayons de lumière dirigés obliquement au plan de projection, et préférablement à celui des rayons supposés verticaux. Deux planches bien dessinées, l'une à la plume, l'autre au pinceau, servent à rendre ses remarques plus frappantes.

» Le figuré du terrain principalement envisagé sous ce dernier point de vue par M. Amelin, devenant une question d'art, nous ne croyons pas devoir émettre ici notre opinion à cet égard. Nous pensons au contraire que c'est aux ingénieurs civils et militaires qu'il appartient de se prononcer sur le mode de configuration qui peut le mieux satisfaire aux besoins de leur service respectif. En conséquence, nous nous bornons à prier l'Académie de remercier l'auteur de sa communication. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

NOMINATIONS.

M. Cauchy, au nom de la *section de Mécanique,* propose de déclarer qu'il y a lieu de nommer à la place laissée vacante dans cette section par le décès de M. *de Prony*.

L'Académie, consultée par voie de scrutin, décide à l'unanimité qu'il y a lieu de nommer à la place vacante.

On procède également à la nomination d'une Commission qui sera chargée de présenter une liste de candidats pour la place d'associé étranger, laissée vacante par la mort de M. *Blumenbach*. La Commission doit se composer du Président de l'Académie et de six membres, dont trois appartenant aux sections des sciences mathématiques, et trois aux sections des sciences physiques.

MM. Arago, Gay-Lussac, Biot, de Mirbel, Al. Brongniart et Dumas réunissent la majorité des suffrages.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE. — *De l'acide hyposulfureux libre; par* M. Langlois, professeur de Chimie à l'Hôpital militaire d'instruction de Strasbourg (1).

(Commissaires, MM. Thénard, Chevreul, Pelouze.)

« Depuis les travaux de M. Herschel et de M. Gay-Lussac sur l'acide hyposulfureux et ses combinaisons, on n'a rien publié, je crois, de nouveau sur ce sujet. Ces savants ont essayé d'isoler cet acide en décomposant l'hyposulfite de strontiane par les acides forts. Herschel employait l'acide sulfurique, et M. Gay-Lussac se servait d'acide chlorhydrique dissous dans

(1) Le Mémoire de M. Langlois était accompagné de la lettre d'envoi que voici :

« Ce Mémoire est destiné à faire connaître les moyens dont je me suis servi pour parvenir à isoler l'acide hyposulfureux. Mardi dernier, 10 mars, j'annonçai verbalement cette découverte à la Société d'Histoire naturelle de Strasbourg. Un de ses membres, M. Oppermann fit part de ce fait à M. le professeur Persoz, qui vint le lendemain me déclarer qu'il était arrivé aux mêmes résultats que moi, mais par un procédé différent. Cette circonstance m'oblige, afin de conserver mes droits de priorité, à publier mes observations plus promptement que je n'aurais voulu le faire. »

l'alcool. Mais, quel que fût le procédé mis en usage, l'acide n'avait qu'une existence éphémère; il se transformait bientôt en gaz sulfureux et en soufre, encore n'était-il pas pur.

» Ces recherches prouvaient cependant que l'acide hyposulfureux existait, et que, variant les moyens, on pourrait sans doute un jour le mettre en liberté.

» L'étude des propriétés de l'hyposulfite de potasse m'a conduit à la découverte que j'ai l'honneur de communiquer à l'Académie. Ce sel fut obtenu par la méthode ordinaire, en faisant réagir le soufre sur une dissolution de bisulfite de potasse. Ses caractères physiques ne sont pas les mêmes que ceux indiqués par le chimiste anglais et les autres auteurs. La forme de ses cristaux est prismatique et non aiguillée; il n'est pas déliquescent et rougit la teinture de tournesol. Dissous dans l'eau et soumis à l'action des acides énergiques, il n'éprouve aucune altération. Après avoir versé dans cette dissolution un excès d'acide sulfurique, la liqueur fut abandonnée à elle-même pendant plusieurs jours, et n'a point perdu de sa transparence. Ce qui est digne de remarque, c'est que l'eau-mère dans laquelle les cristaux d'hyposulfite ont pris naissance, produit, par les acides, de la vapeur sulfureuse et un dépôt de soufre. La force qui préside à la cristallisation semble donc modifier la constitution du sel, puisque les cristaux ne se comportent pas comme le liquide qui les a fournis.

» Ces observations conduisaient naturellement à faire des essais pour isoler l'acide hyposulfureux de l'hyposulfite de potasse.

» D'abord j'ai employé l'acide tartrique, j'ai obtenu facilement un précipité de bitartrate de potasse, sans aucun signe de décomposition de l'acide mis en liberté. J'aurais pu persister dans ce moyen, mais j'ai préféré me servir d'acide perchlorique, qui forme avec la potasse un sel plus insoluble encore que celui produit par l'acide tartrique.

» Ayant fait dissoudre l'hyposulfite de potasse dans l'eau froide, j'ai versé, par petites parties, dans la solution de l'acide perchlorique. Le perchlorate de potasse se dépose promptement et le liquide reste transparent. Avec un peu d'attention, il est facile d'atteindre le point où la liqueur ne contient ni acide perchlorique, ni hyposulfite de potasse, mais seulement de l'acide hyposulfureux. On filtre ensuite pour séparer le perchlorate.

» La concentration de l'acide ne peut avoir lieu qu'à une douce chaleur; si la température s'élève trop, il ne tarde pas à se décomposer. Pour parer à cet inconvénient, il vaut mieux le concentrer au-dessus de l'acide sulfurique, dans le vide de la machine pneumatique.

» L'acide ainsi obtenu est liquide, sans couleur; sa consistance est légèrement sirupeuse. Il arrive un moment où sa densité ne peut être augmentée sans en décomposer une partie. Sa saveur est fortement acide et amère; il ne paraît pas très caustique.

» Exposé à l'air libre, il en attire l'humidité.

» Introduit dans un petit tube de verre et chauffé, l'acide hyposulfureux se décompose à la température de 80° cent. Il se produit du gaz acide sulfureux et un dépôt de soufre.

» Il ne trouble pas les sels de chaux et de strontiane. Le précipité qu'il forme dans la solution de baryte disparaît en ajoutant de l'eau distillée ou quelques gouttes d'acide nitrique.

» Il ne produit rien dans la dissolution des sels de fer, de zinc et de cuivre.

» Dans les sels de plomb, il détermine un précipité blanc qui devient noir par la chaleur.

» Il forme d'abord, dans la solution de nitrate d'argent, un dépôt blanc jaunâtre qui prend aussitôt une couleur noire. Il se produit du sulfure et du sulfate d'argent.

» Les sels de mercure et de platine sont précipités en noir.

» Il agit, comme on le voit, sur les différents sels de la même manière que l'hyposulfite de potasse.

» L'acide nitrique réagit instantanément sur l'acide hyposulfureux concentré; du deutoxide d'azote se dégage, du soufre se dépose, et la liqueur contient de l'acide sulfurique.

» L'action de l'acide chlorique n'est pas moins remarquable que celle de l'acide nitrique; la décomposition des deux acides a lieu immédiatement avec un mouvement tumultueux. On voit apparaître du soufre, du chlore, et les réactifs indiquent dans la liqueur la présence de l'acide sulfurique. Le phénomène est semblable à celui que l'on observe quand on laisse tomber quelques gouttes d'acide chlorique sur l'alcool ou sur l'éther. Dans ce dernier cas, il y a de plus inflammation du corps combustible en excès.

» L'acide chlorique, dont l'action est si vive sur l'acide hyposulfureux, n'agit pas sur l'hyposulfite de potasse.

» L'emploi de l'acide perchlorique, pour extraire l'acide hyposulfureux, devrait faire présumer que ces deux acides pouvaient se trouver en présence sans se détruire. En effet, l'acide perchlorique, mêlé à l'acide hyposulfureux concentré, n'a rien produit.

» L'acide sulfurique paraît en opérer la décomposition en élevant la température. L'acide chlorhydrique est sans action sur lui.

» Je n'ai point fait d'expériences pour établir directement la composition de l'acide hyposulfureux. Mes recherches à cet égard n'ont eu lieu que sur l'hyposulfite de potasse. Je suis à peu près certain que dans cet acide, le soufre et l'oxigène se trouvent dans les proportions indiquées par M. Gay-Lussac. L'hyposulfite de potasse, chauffé sur une lame de platine ou dans un tube de verre, laisse échapper du soufre; le résidu est formé entièrement de sulfate neutre de potasse, sans sous-sulfate ni sulfure. Ce fait ne pourrait bien s'expliquer qu'en considérant ce sel comme formé de 1 atome de potasse et de 3 atomes d'acide hyposulfureux. La chaleur détruirait 2 atomes d'acide, dont l'oxigène se porterait sur l'atome non décomposé, pour former l'acide sulfurique retenu par l'oxide de potassium.

» L'étude des hyposulfites mérite, je crois, d'être reprise, et sans les motifs que j'ai fait connaître dans la lettre qui accompagne cette Note, je n'aurais publié ces recherches qu'après m'être occupé plus sérieusement de cette partie de la science. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur de nouvelles combinaisons azotées de la naphtaline; par* M. LAURENT.

(Commissaires, MM. Gay-Lussac, Thénard, Robiquet.)

L'auteur, dans la lettre d'envoi qui accompagne son Mémoire, dit avoir découvert que l'acide nitrique et la naphtaline peuvent donner naissance à cinq composés différents dont les quatre premiers ont une composition telle que, en y ajoutant seulement de l'eau, on a les éléments de la naphtaline et de l'acide nitrique.

M. Laurent annonce que ces composés sont cristallisables et possèdent la plus grande analogie de propriétés, étant tous neutres, insolubles dans l'eau, et plus ou moins solubles dans l'alcool et dans l'éther.

MÉTÉOROLOGIE. — *Des brises de jour et de nuit autour des montagnes; par* M. F. FOURNET.

(Commissaires, MM. Bouvard, Arago, Savary.)

Dans ce Mémoire, qui fait partie d'un grand travail sur la météorologie du bassin du Rhône, l'auteur cherche la cause des brises des montagnes et apprécie leur influence sur un certain nombre d'autres perturbations at-

mosphériques, notamment sur la distribution des orages dans les environs de Lyon, orages qui paraissent assujétis à des lois constantes en rapport avec la position des cîmes culminantes.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Mémoire sur quelques points importants de l'odontologie, particulièrement sur la structure cellulaire de la dent et du bulbe et sur la formation de l'ivoire des dents; par* M. **Nas-smyth**, de Londres.

(Commissaires, MM. Serres, Flourens, Dutrochet.)

L'auteur a joint à son Mémoire diverses pièces justificatives ayant pour objet d'établir en sa faveur la question de priorité relativement à la découverte de certains faits concernant la structure et le mode de développement des dents.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Mémoire sur un nouveau système de chauffage; par* M. **F.-W. Feld.**

(Commissaires, MM. Gay-Lussac, Berthier, Poncelet, Séguier.)

HYDRAULIQUE. — *Tableau d'expériences faites sur une conduite de la ville, dans le but d'étudier l'influence des phénomènes de la naissance du mouvement et celle de la grandeur des courses d'une colonne d'eau oscillante sur les coefficients de ses frottements; par* M. **Anatole de Caligny.**

(Commissaires, MM. Arago, Coriolis, Séguier.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Figure et description d'un nouveau système de pompes; par* M. **Milch.**

(Commissaires, MM. Savary, Coriolis, Gambey.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur une machine pour la fabrication des briques à bâtir; par* M. **Carville.**

(Commissaires, MM. Poncelet, Gambey, Séguier.)

NAVIGATION. — *Description et usage d'un diastaséomètre, destiné à augmenter le degré de stabilité et de précision dans la mesure des distances luno-astrales; par* M. **Richard**, capitaine de corvette, en retraite.

(Commissaires, MM. Beautemps-Beaupré, Savary.)

CORRESPONDANCE.

Annonce de la mort de M. Olbers. — Extrait d'une Lettre de M. de Humboldt à M. *Arago.*

« L'Académie des Sciences et l'astronomie physique viennent encore de faire une perte bien douloureuse par la mort de M. Olbers, un des associés étrangers de l'Institut. Sa mort a été douce. C'était un homme très spirituel et de beaucoup d'élévation et d'indépendance de caractère. »

ASTRONOMIE. — *Éléments de la Comète découverte à Berlin, le 25 janvier, par M. Galle.*

M. Arago présente les éléments de cette comète calculés et rectifiés par M. *Laugier.*

Passage au périhélie.....	1840, Mars,	12,93864	T. M. Paris.
Distance périhélie.....		1,221838	
Longitude du périhélie.....		80° 21′ 19″,1	
Longitude du nœud ascendant...		236° 48′ 58″,3	
Inclinaison.....		59° 13′ 52″,5	

Mouvement rétrograde.

Excès des positions observées sur les positions calculées d'après ces éléments.

Dates.			Longitude.	Latitude.
Janvier 1840,	25	(1re observation de Berlin.)	— 5″,9	+ 0″,1
Février.....	11	(Observation de Paris.)	— 10″,1	— 9″,2
	18	*idem.*	+ 10″,6	— 8″,7
	27	*idem.*	+ 0″,6	+ 6″,0
Mars.....	9	*idem.*	— 1″,0	— 2″,7.

Extrait d'une Lettre de M. de Humboldt *à* M. Arago.

« Je m'empresse de t'envoyer les éléments de la seconde comète découverte par M. Galle à l'Observatoire de Berlin. Je viens de les recevoir de M. Encke. Tu y trouveras jointes les différences entre les éléments et les observations depuis le 25 janvier jusqu'au 21 février. »

Berlin, ce 7 mars 1840.

Éléments de la seconde comète de 1840.

Temps du passage au périhélie. 1840, Mars, 12,93754 T. M. Berlin.
Longitude du périhélie..... 80° 22′ 53″,3 } équinoxe moy. de 1840, janvier 0.
Longitude du nœud ascendant. 236° 47′ 53″,6 }
Inclinaison..... 59° 13′ 21″,7 Mouvement *rétrograde*.
Loga. de la distance périhélie.. 0,0871180.

DATES.	OBSERVATIONS.			DIFFÉRENCE ENTRE LES ÉLÉMENTS et l'observation.	
	Temps moyen de Berlin.	α = ascension dr.	δ = déclinaison.	cos $\delta\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
Janv. 25	11h45m54s	304° 24′ 14″,8	+ 63° 7′ 37″,7	+ 0″,1	+ 0,4
26	7.27.39	307.34.37,0	63 4.56,9	— 0,3	+ 1,1
27	9. 1. 8	311.41.41,9	62.55.43,0	— 4,5	— 3,3
29	17.59.37	320.41.16,8	62.11.38,3	— 6,5	+ 6,7
30	7.56.20	322.48.44,1	61.56.15,6	— 7,2	+ 2,0
Févr. 2	17.51.31	334.28.13,2	59.52.34,3	+ 0,2	+ 6,3
3	9.55. 3	336.33.26,2	59.22.40,7	— 2,9	+ 2,3
9	17.59. 7	352.59.21,0	53 39 35,6	+ 5,3	+ 3,2
11	10.10.21	356.24.13,3	51.58.44,2	+11,8	— 3,9
19	10.44.21	8.55. 5,0	43.52.49,6	+ 5,7	— 2,9
20	8.36.25	10. 1.38,2	42.59.48,3	+ 1,4	— 1,2
21	11. 2.19	11.18.14,3	41.56.42,8	— 7,0	+ 6,1

NOUVELLE COMÈTE.—Extrait d'une Lettre de M. DE HUMBOLDT à M. *Arago*.

« Au moment même où je comptais faire partir une petite lettre qui renferme l'éphéméride de la *seconde* comète de M. Galle, aide-astronome à l'Observatoire de Berlin, je reçois la nouvelle d'une *troisième* comète découverte par ce jeune et infatigable observateur. Je vais traduire la note qu'il m'a envoyée à ce sujet, en te priant mon cher ami, de vouloir bien la communiquer à l'Académie. Cette surabondance de comètes, après des années de *disette*, rend ma correspondance un peu monotone.

» Hier matin, 6 mars, écrit M. Galle, j'ai découvert une *troisième* comète télescopique dans la constellation du Cygne. Elle se trouve dans la proximité de l'étoile μ et se distingue par une queue de 3° de long, non arquée et (comme toujours) opposée au Soleil. Nous avons obtenu, M. Encke et moi,

hier et aujourd'hui les positions suivantes :

	Temps moyen de Berlin.			
Mars 6,	$17^h\ 28^m\ 15^s$	Asc. dr. 322° 58′ 22″,5	Décl. + 29° 18′ 47″,6
7,	$15^h\ 21^m\ 53^s$	324 30 6 ,3	+ 29° 8′ 0 ,0

» Ces positions, observées au micromètre filaire du *grand réfracteur* de Frauenhofer se fondent sur la comparaison avec deux étoiles des zones de Bessel. Il résulte de ces observations le mouvement diurne de la comète :

+ 1° 40′ 33″ en asc. dr. et — 11′ 50″ en décl. »

HISTOIRE NATURELLE. — Extrait d'une Lettre de M. DE HUMBOLDT à M. *Arago*. *Ouate ou flanelle naturelle. Études de* M. Ehrenberg *sur les animaux polythalames.*

« J'ai pensé, mon cher ami, que tu voudrais bien fixer pendant quelques instants l'attention de l'Académie sur une substance assez curieuse qui s'est formée en Silésie, près de Sobor, sur les terres du prince de Carolath, à la suite des inondations de l'Oder, en 1839. C'est une *ouate* ou *flanelle naturelle* dont la surface est de plusieurs centaines de pieds carrés, un tissu de filaments de *Conferva rivularis* et de quinze espèces d'infusoires à carapaces siliceuses. M. Ehrenberg a examiné ce *feutre* naturel, qui, en d'autres temps, a déjà attiré l'attention du peuple. Les infusoires mêlés aux filaments blanchis par la double action de l'eau et de la lumière, sont des Bacillaires, des espèces des genres *Fragilaria, Navicula, Closterium.* Le Dysodile de Sicile, que M. Cordier a fait connaître, est composé aussi de carapaces siliceuses de navicules agglutinées par du bitume; le papier « tombé du ciel en Courlande » est un phénomène analogue.

» Un travail très important sous le rapport de la géologie, est celui que M. Ehrenberg continue sur les petits animaux polythalames coralliformes (*Bryozoa*) et infusoires, dont la craie est composée à $\frac{19}{20}$ de sa masse. C'est sans doute un fait bien remarquable que de trouver parmi les animaux marins de notre époque, des êtres répandus en Europe et en Afrique dans une formation crétacée antérieure au terrain tertiaire, dans lequel on croyait reconnaître l'*aurore*, les premières traces de la vie actuelle, les types des formes organiques qui ont survécu aux révolutions du globe ou ont pris naissance plus tard. M. Ehrenberg a déjà observé plus de quinze de ces animaux de la craie, vivant aujourd'hui dans la Baltique et la mer du Nord. Ils sont de la même espèce que des animaux fossiles de la formation crétacée de la Grèce et d'Afrique. Dans l'eau de mer puisée à Kuxhaven, à l'embouchure de l'Elbe, on a trouvé des Actinocycles vivants à 8—9

concamérations. J'ai envoyé à notre confrère, M. Élie de Beaumont, des extraits allemands de quelques nouveaux Mémoires de M. Ehrenberg, et je te prie, mon cher ami, de vouloir bien l'engager à les faire traduire dans quelque journal scientifique. J'y ai aussi ajouté l'extrait de mon dernier Mémoire sur la composition des roches qui constituent le groupe des volcans de Quito. »

Berlin, ce 27 février 1840.

M. **Héricart de Thury** fait hommage à l'Académie d'un thermomètre qui a servi au Père Cotte pour ses observations météorologiques. Ce thermomètre a été construit en 1782 par Mossy, fabricant d'instruments, breveté par l'Académie; l'échelle sur verre a été gravée par Fortin. Malheureusement, dans son état actuel, l'instrument présente un défaut qui empêche qu'on en puisse faire usage pour une vérification importante : la détermination de la quantité dont le zéro s'est déplacé pendant les 58 années: l'ancienne position du zéro ne peut être rigoureusement connue, le tube jouant dans l'échelle.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Note sur un papier impressionnable à la lumière, destiné à reproduire les dessins et les gravures; par* M. **Ed. Becquerel.**

« Peu après la découverte de MM. Niépce et Daguerre, on a recherché différents papiers impressionnables à la lumière; à ma connaissance il n'y en a que deux ou trois qui donnent des dessins dans le même sens que la nature, c'est-à-dire qui représentent les ombres par les ombres et les clairs par des clairs. M. Bayard est parvenu à former un de ces papiers, et dans une des dernières séances de l'Académie, il a exposé le procédé à l'aide duquel il reproduisait depuis quelque temps les dessins de la chambre obscure. La préparation de ce papier exige l'emploi du nitrate d'argent.

» Il y a plusieurs mois, M. Ponton fit connaître un papier sensible; sa préparation consiste à plonger une feuille de papier dans une solution de bichromate de potasse, de faire sécher le papier et de l'exposer ainsi à la lumière; alors l'action de l'acide chromique sur le papier est telle, que les parties exposées au rayonnement se colorent peu à peu en prenant successivement les couleurs jaune foncé, puis bois foncé; ensuite, si l'on plonge le papier dans l'eau, tout le bichromate qui n'a pas été exposé à l'action solaire est dissous, et l'on n'a d'imprimées sur le papier que les parties qui ont été exposées à la lumière. A l'aide de ce papier, M. Ponton a copié des gra-

vures avec avantage. On obtient ainsi une représentation faible des objets, les ombres étant représentées par des clairs, *et vice versâ,* comme avec des papiers de chlorure ou de bromure d'argent. En étudiant l'action de l'acide chromique sur les matières organiques sous l'influence de la lumière, action sur laquelle je travaille en ce moment, j'ai été conduit à continuer le procédé de M. Ponton et je suis parvenu à produire un nouveau papier de manière à représenter dans le dessin produit par l'action du rayonnement solaire, les ombres par des ombres et les clairs par des clairs, et à donner non-seulement une autre teinte au dessin, mais encore plus de vigueur. Il suffit de plonger un papier préparé à la manière de M. Ponton et sur lequel il existe une représentation faible d'un dessin, dans une dissolution alcoolique d'iode, de laver ce papier dans l'eau puis de le faire sécher; alors les parties qui étaient blanches deviennent bleues, et celles qui étaient jaunes restent plus ou moins claires.

» Voici le détail et l'explication de ce procédé; ayant employé différentes sortes de papiers enduits de bichromate, je reconnus qu'ils n'étaient pas tous aptes à produire rapidement les dessins; que le mode de collage influait sur leur coloration à la lumière, et qu'avec du papier non collé cette coloration ne s'effectuait qu'à la longue; dès-lors je m'aperçus que la principale réaction avait lieu de l'acide chromique contenu dans le bichromate sur l'amidon qui entrait dans la colle du papier; alors comme l'amidon a la propriété de former avec l'iode une combinaison d'un très beau bleu, je pensai que sur les parties du papier qui n'avaient pas été exposées à l'action des rayons solaires, l'amidon ne s'étant pas combiné avec l'acide chromique, l'iode devait former l'iodure bleu et représenter ainsi les ombres par des ombres.

» Quand on veut, à l'aide de ce procédé, copier une gravure, on doit adopter la marche que j'ai suivie : on s'assure d'abord que le papier est bien collé et que l'amidon est répandu uniformément à sa surface; pour cela on le trempe dans une légère dissolution alcoolique d'iode, puis on le lave à grande eau : par cette seconde immersion, il doit prendre une belle teinte bleue que la première immersion ne lui donnait pas. Si cette teinte est uniforme, on juge le papier convenable à l'expérience; dans le cas contraire on pourrait le coller soi-même à l'amidon. Le papier à la mécanique convient mieux que les autres pour cet objet.

» On le trempe ensuite, comme l'a indiqué M. Ponton, dans une solution concentrée de bichromate de potasse; puis pour que le papier soit teint d'une manière uniforme, après quelques instants d'immersion, on le

comprime fortement entre des feuilles de papier brouillard, puis on le fait sécher, soit en le laissant dans du papier brouillard à l'obscurité, soit en l'approchant du feu. Ce papier, pour être bien impressionnable, doit être très sec. Quand il est ainsi enduit de bichromate, on le place sur une planche, puis on le couvre de la gravure que l'on veut copier, en ayant soin que le côté du dessin soit appliqué sur le papier sensible, et avec une plaque en verre munie de vis de pression, on presse ces deux papiers l'un contre l'autre, et on les expose ainsi aux rayons solaires. Après un temps qui varie de 30 secondes à 15 minutes, suivant l'épaisseur du papier de la gravure, le dessin est assez marqué (à la lumière diffuse ce temps serait plus long). On enlève la gravure, on lave le papier, puis on le fait sécher. Quand il est sec, on le trempe dans une légère dissolution alcoolique d'iode, et ensuite, lorsqu'il y a séjourné quelque temps, on le lave dans l'eau et on le fait sécher avec soin dans du papier brouillard, mais pas au feu, car à un peu avant 100° l'iodure d'amidon se décolore. Si l'on juge que le dessin n'est pas assez marqué, on répète plusieurs fois cette immersion; on peut par ce moyen obtenir l'intensité de ton que l'on veut donner au dessin, intensité que l'on ne pourrait pas changer à volonté en employant une dissolution d'iode plus concentrée.

» Quand le papier est humide, les ombres sont d'un très beau bleu, mais quand il est sec, la couleur devient violet foncé. J'ai reconnu que lorsqu'il est encore humide, si on le recouvre d'une couche de gomme arabique, la couleur du dessin se conserve en grande partie et est plus belle quand il est sec. Quand un papier est ainsi préparé, dans les premiers instants il perd un peu de son ton, mais ensuite il conserve sa teinte violacée.

» Au moyen de ce procédé, on copie avec fidélité des gravures et des dessins, et cela à un très bas prix, car la préparation est très peu dispendieuse et d'une facile exécution. Toutefois la vigueur du dessin produit n'est pas aussi grande que celle de la gravure, mais il n'en a pas la sécheresse. Les demi-teintes sont fidèlement reproduites, et cette copie se rapproche d'un dessin à l'estompe.

» L'Académie pourra juger de l'exactitude des faits d'après les épreuves que j'ai l'honneur de mettre sous ses yeux, et qui ne sont que des premières productions d'un procédé qui pourra être perfectionné.

» Les essais que j'ai tentés pour reproduire les images de la chambre obscure au moyen de ce papier impressionnable, n'ayant pas encore donné de résultats satisfaisants, je n'en entretiendrai pas l'Académie. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Note sur les effets de la tuyère dans la vaporisation des chaudières; par* M. DE PAMBOUR.

« Dans les machines locomotives, on se sert de la vapeur perdue pour animer le feu et exciter la vaporisation de la chaudière. A cet effet, la vapeur, après avoir terminé son effet dans le cylindre, est conduite dans la cheminée et y est lancée en jets intermittents par une tuyère, ou tuyau rétréci, placé au centre de la cheminée et dirigé de bas en haut. Le jet de vapeur qui s'élance avec force de cette ouverture chasse rapidement les gaz qui remplissaient la cheminée. Il laisse derrière lui un vide, et celui-ci est aussitôt comblé par une masse d'air qui se précipite au travers du foyer, pour remplir l'espace où le vide a été fait. C'est donc un effet pareil à celui d'un soufflet qui animerait continuellement le feu, et c'est par conséquent l'un des éléments les plus actifs des effets de ces machines.

» Il est connu que la tuyère est d'une très grande efficacité dans le travail des locomotives. Il est connu également que si cette tuyère est trop large, le feu languit dans le foyer, et qu'en la rétrécissant suffisamment, on peut rendre au feu toute son activité; mais on n'a fait aucune recherche : 1° sur la part qui, dans la vaporisation totale, est l'effet propre de la tuyère; 2° sur l'orifice de tuyère qui produit les effets les plus avantageux dans les locomotives. Les recherches que je présente en ce moment à l'Académie ont pour but de remplir, du moins en partie, cette lacune.

» Dans ce but, j'ai fait enlever l'extrémité de la tuyère d'une locomotive, et je l'ai remplacée par un tuyau quadrangulaire. Des quatre parois de ce tuyau, trois étaient fixes et parfaitement dressées sur leur face interne; la quatrième était mobile autour d'une charnière, et quand on la poussait vers l'intérieur du conduit, où elle entrait à frottement doux, elle rétrécissait d'autant le passage de la vapeur. On pouvait donc, par ce moyen, changer à volonté l'orifice de la tuyère. Pour exécuter facilement ce changement, sans ouvrir la cheminée ou arrêter la machine, une tige articulée sur la paroi mobile de la tuyère aboutissait près du siége du machiniste. Au moyen de diverses pièces qu'il est inutile de décrire ici, on pouvait faire mouvoir cette tige de la quantité précise que l'on voulait, et une échelle mise à portée de l'observateur, faisait connaître exactement la grandeur qu'avait au même moment l'orifice de la tuyère.

» Au moyen de cet appareil, j'ai pu, à mon gré et sans difficulté, faire travailler la machine avec divers degrés d'orifice de tuyère, et j'ai observé

la vaporisation qui en résultait dans la chaudière, ainsi que la dépense de combustible. Ensuite, pour connaître la portion de la vaporisation totale, qui était spécialement due à l'action de la tuyère, j'ai mis en expérience des machines sans y faire usage de la tuyère, et j'ai comparé les effets produits alors avec ceux des machines à tuyère. Le résumé des résultats obtenus est contenu dans le tableau suivant. On n'y mentionne aucune des circonstances accessoires des expériences autres que les dimensions de la chaudière, afin de simplifier et de raccourcir autant que possible cet extrait.

Expériences sur les effets de la tuyère dans la vaporisation des chaudières.

NUMÉRO de l'expérience.	SURFACE DE CHAUFFE du foyer.	SURFACE DE CHAUFFE des tubes.	AIRE de la tuyère.	VAPORISATION par mètre carré de surface de chauffe totale, par heure, à la vitesse de 32 kilomèt. par heure.	COKE consommé par mètre cube d'eau vaporisée.	OBSERVATIONS.
	mèt. carrés.	mèt. carrés.	centimètres carrés.	décimètres cubes.	kilogrammes.	
I	4.617	25.938	8.07	62.8	181.3	
II	—	—	16.13	59.1	153.7	
III	—	—	20.19	69.2	151.8	
IV	—	—	20.19	67.4	167.5	
V	—	—	24.19	55.2	196.8	
VI	—	—	28.26	60.0	197.9	
VII	—	—	40.32	58.2	212.7	
VIII	—	—	40.32	57.9	182.0	
IX	5.264	28.261	»	9.4	112.9	Le feu conduit à l'ordinaire.
X	—	—	»	12.8	152.3	Le feu activé autant que possible.
XI	4.342	25.142	»	11.3	155.2	*Idem.*

» 1°. En examinant ce tableau, on voit qu'il y a un orifice de tuyère qui produit un maximum de vaporisation; et, pour la machine soumise à l'expérience, et dont la surface de chauffe totale était de 30.555 mètres carrés, la grandeur d'orifice la plus avantageuse était d'environ 20 centimètres carrés.

» On s'explique facilement ce résultat d'après les considérations que nous

avons présentées dans un Mémoire précédent, sur la proportion la plus avantageuse à établir entre le foyer et les tubes des chaudières. On reconnaît que, pour une surface donnée de tubes, il faut un certain tirage, c'est-à-dire un certain orifice de tuyère, pour porter la flamme jusqu'à l'extrémité même des tubes, et faire en sorte que toute leur étendue reçoive l'action directe de la flamme, ce qui est la condition nécessaire à l'action complète de la surface de chauffe. Une fois ce résultat obtenu, un rétrécissement plus considérable de la tuyère, ou un tirage plus fort, ne peut avoir pour effet que de porter la flamme au-delà de l'extrémité des tubes, c'est-à-dire dans la cheminée, où elle cesse d'influer sur la quantité d'eau vaporisée. En diminuant de plus en plus l'orifice de la tuyère, au-delà de ce point, on ne produirait donc aucun changement quelconque dans la vaporisation de la chaudière, si ce rétrécissement excessif de la tuyère ne finissait par rendre le passage de l'air tellement rapide dans le foyer, que la plus grande partie traverse le feu sans servir à la combustion. C'est un effet qui, du reste, se manifestait en quelque sorte de lui-même dans nos expériences, car pendant celles qui avaient lieu avec une tuyère de 8 centimètres carrés d'orifice, chaque coup de piston faisait entendre dans la cheminée un bruit à peu près semblable à celui d'un coup de fusil, et l'on sentait la machine ébranlée intérieurement par de fortes secousses.

» 2°. En considérant ensuite la consommation de combustible de la machine avec différents orifices de tuyère, on trouve que la tuyère de 20 centimètres carrés était également la plus avantageuse sous ce rapport. Il y avait donc double avantage, pour la machine soumise à l'expérience, à employer une tuyère de cette dimension, puisqu'elle produisait à la fois une plus grande vaporisation, c'est-à-dire un plus grand effet dans la machine, et qu'elle exigeait en même temps, proportionnellement à l'ouvrage exécuté, une moindre consommation de combustible.

» 3°. Enfin, en comparant les huit premières expériences, qui ont été faites avec l'emploi de la tuyère, aux trois expériences suivantes, qui ont eu lieu sans tuyère, on reconnaît que l'emploi de celle-ci *quintuple* la vaporisation de la chaudière; et ce résultat nous montre l'importance de l'emploi de la tuyère dans les locomotives.

» Nous croyons, d'après les résultats précédents, qu'il serait avantageux de faire usage, dans les locomotives, et d'une manière permanente, de la tuyère variable que nous avons indiquée plus haut, ou de toute autre remplissant un but semblable, au lieu de la tuyère ordinaire, qui est souvent très mal choisie pour la machine à laquelle elle est appliquée. On

pourrait alors, en quelques voyages, reconnaître la tuyère la plus avantageuse à la machine, la conserver tant qu'elle continuerait de paraître convenable, et enfin la diminuer quand le mauvais état de la chaudière rendrait ce rétrécissement nécessaire.

» La tuyère variable dont il est question dans cette Note, a été construite en 1836, à Liverpool, pour servir aux expériences précédentes et à d'autres sur des sujets analogues. Elle a été deux mois en usage, sans qu'on lui ait reconnu aucun inconvénient. »

CHIMIE. — *Extrait d'une Lettre de* M. BAUDRIMONT.

« .... M. Dumas dit que la loi des substitutions et la théorie des types chimiques sont désintéressées aux réclamations de M. Baudrimont, qui ne les admet point... Ceci exige que je m'explique :

» Je ne puis admettre la loi des substitutions de M. Dumas, 1° parce qu'elle n'a point le caractère d'une loi physique; 2° parce qu'elle n'est que l'expression étroite d'un ordre de faits beaucoup plus étendu que M. Dumas ne le suppose ; *mais j'admets les substitutions chimiques; car la substitution n'est qu'un des modes par lesquels les corps peuvent entrer en combinaison.*

» Je ferais sans doute plus que M. Dumas en venant dire à l'Académie : *Les composés chimiques se produisent, soit par combinaison directe, soit par déplacement, soit par substitution, soit enfin par plusieurs de ces modes réunis. La substitution peut être non équivalente, équivalente, isotypique, isorhythmique ou isomorphique,* que l'on me passe ce néologisme. Mais cette formule, qui est vraie, n'a point le caractère d'une loi; elle n'est que l'expression générale de faits qui sont à la connaissance de tous les hommes tant soit peu versés dans la chimie; car les substitutions chimiques sont connues depuis que l'on sait qu'un métal peut en précipiter un autre en prenant sa place dans une dissolution saline; depuis que l'on obtient de l'hydrogène en le déplaçant par le fer ou le zinc dans les prétendus acides sulfurique et chlorhydrique étendus d'eau; depuis que l'on sait que le chlore déplace le brome et l'iode; depuis que l'on connaît l'isomorphisme par substitution, et depuis que M. Beudant en a fait plus de mille applications au calcul de la composition des minéraux . . . J'admets donc la substitution chimique; mais je repousse la prétendue loi de M. Dumas pour les raisons que je viens d'exposer.

» Quant à ce qui concerne les types chimiques que M. Dumas dit que je n'admets point, j'ose espérer que l'Académie et tous les hommes éclairés

ne partageront point cette opinion; car on accordera sans doute que celui qui a classé le premier les types chimiques a dû nécessairement les admettre, avant même que M. Dumas en eût acquis la notion, ainsi que son Mémoire en fait foi, puisqu'il ne fait remonter cette notion qu'à ses expériences sur l'acide chloracétique, dont la découverte est postérieure à ma thèse. »

M. Dumas répond que son Mémoire est conçu en termes tels, qu'il aurait dû épargner à l'Académie toutes les réclamations dont il est l'objet. Dans une Note historique qu'il se propose de communiquer prochainement à l'Académie, il fera voir en quoi diffèrent des vues qu'on présente comme identiques, et à qui remonte réellement la découverte de chacun des points principaux de la théorie.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Remarques au sujet de la lecture faite par M. Binet, dans la séance précédente, sur les inégalités séculaires des orbites planétaires; par* M. Le Verrier.

« Dans la dernière séance de l'Académie des Sciences, M. Binet a donné entre les inclinaisons relatives des orbites d'un nombre quelconque de planètes, une relation distincte de celle qui se trouve dans le deuxième volume de la *Mécanique analytique*. M. Binet termine ainsi : « Ces deux pro-
» positions s'accordent entre elles pour établir que si l'on ne considère
» que l'action de deux planètes autour du Soleil, l'inclinaison des orbites
» demeure constante;..... Lorsque l'on considère trois orbites, ces deux
» équations distinctes entre les inclinaisons mutuelles ne laissent plus
» qu'une seule quantité à déterminer en fonction du temps, pour connaître
» à toute époque la disposition des nœuds..... »

» M. Binet s'arrête au cas de trois orbites dans ces remarques, parce que deux relations seules ne sauraient donner la solution d'aucune question importante sur les positions relatives des éléments dès qu'il y a plus de trois planètes à considérer.

» Je demanderai donc à l'Académie la permission de rappeler ici que, dans un travail que j'ai eu l'honneur de lui soumettre l'an dernier, dans la séance du 28 octobre, j'ai donné entre les inclinaisons et les positions relatives des nœuds des intégrales distinctes les unes des autres, indépendantes du temps comme celles de M. Binet, mais qui ont l'avantage d'être toujours *en nombre égal à celui des orbites qu'on considère*. En sorte qu'il suffit de donner les positions relatives des traces des orbites sur un plan

pour en déduire sur-le-champ, sans aucune considération du temps les valeurs correspondantes des inclinaisons. Cette détermination d'une partie des éléments au moyen des autres, supposés connus, est plus générale que celle indiquée par M. Binet pour le cas de trois orbites.

» Déjà, dans la séance du 16 septembre 1839, j'avais donné des équations entièrement analogues entre les positions relatives des périhélies et les grandeurs correspondantes des excentricités : et non-seulement dans mon travail j'indique l'usage qu'on peut faire de ces équations, mais je les emploie à la solution simple de quelques questions dans lesquelles, me donnant arbitrairement les positions des périhélies, j'en déduis, sans avoir égard au temps, les valeurs correspondantes des excentricités. Ces applications sont indiquées pages 370 et 372 des *Comptes rendus* de l'Académie des Sciences pour le deuxième semestre de l'année 1839. »

MICROGRAPHIE. — *Nouvelles observations sur les infusoires des sels gemmes.*

M. Marcel de Serres adresse une nouvelle Note relative aux observations qu'il poursuit sur ce sujet de concert avec M. Joly.

Dans des échantillons de sel gemme d'une couleur verdâtre assez prononcée, provenant de *Cardona* (Espagne), les infusoires se sont montrés plus rares, plus petits et moins distincts que dans les échantillons de couleur rouge, précédemment examinés.

« Ceci, dit M. Marcel de Serres, trouve son explication dans les observations antérieures de M. Joly sur les changements de teinte que subissent avec l'âge les infusoires auxquels est due la coloration de nos marais salants. Blancs à leur naissance, ces animalcules deviennent verts dans leur âge moyen et ne prennent qu'à l'âge adulte la nuance pourpre qui les rend si remarquables. En général, les infusoires verts se montrent plus rarement que les rouges dans les marais salants, ce qui semble indiquer que ces monades restent peu de temps dans leur état moyen.

» Nous avons trouvé les mêmes infusoires dans les marnes argilo-calcaires qui se trouvent à *Cardona* au-dessous des sels gemmes. Ils y ont leur belle nuance pourpre, mais ils sont en trop petit nombre pour la communiquer à la masse marneuse, qui est restée grisâtre. Ce fait prouve, au reste, que dans l'ancien monde comme dans le monde actuel, les animalcules se sont précipités après leur mort au fond des eaux dans lesquelles ils vivaient primitivement. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Note historique sur la Photographie.*

« Le procédé indiqué par MM. Vérignon et Bayard ne diffère *en rien* de celui de M. Lassaigne, que M. Fyfe, de son côté, a imaginé et communiqué à la Société des Arts d'Édimbourg, le 17 avril 1839.

Tous deux ont, effectivement, employé le papier enduit de chlorure ou de phosphate d'argent, et trempé dans une solution d'iodure de potassium; tous deux ont conseillé de se servir du *papier encore humide.*

» Voici les expressions de M. Fyfe :

« For this purpose the phosphate paper is first darkened by the action » of light; it is then immersed in a solution of iodide of potassium; *and* » *while still moist*, exposed to light, whith the object, the impression » of which is to be taken, placed on it, and last till the whole of the » paper exposed becomes yellow, etc. »

» M. Fyfe a fait des expériences avec le même papier, *à la chambre noire;* il a aussi employé le chlorure d'argent. Tous ces détails sont puisés dans un Mémoire publié en juin 1839.

» Pour ce qui est de M. Lassaigne, son procédé communiqué par lui-même au rédacteur de l'*Écho du Monde savant*, est indiqué de la manière suivante, dans le n° du 10 avril 1839 de ce journal:

«.... Alors M. Lassaigne a plongé son papier (préparé au chlorure » d'argent et noirci à la lumière) dans une solution d'iodure de potassium, » et, *après l'avoir essuyé légèrement avec du papier joseph*, il l'a fixé » au carreau d'une fenêtre, derrière une gravure, etc. »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un appareil destiné au dessin des objets microscopiques, au moyen duquel on peut aussi obtenir la représentation photographique de ces objets.* —Extrait d'une Lettre de M. LEFEBVRE.

« Un appareil à l'aide duquel l'image, soit de grandeur naturelle, soit plus ou moins grossie d'un corps opaque ou transparent, vient se reproduire sur la surface d'une *glace dépolie* ou d'un *papier-glace*, de manière à ce que l'on puisse décalquer l'objet dans tous ses détails sur la nature elle-même, a été inventé, il y a cinq ou six ans, par M. *A. Percheron* et par moi, exécuté par M. Ch. Chevalier, présenté par moi à la Société entomologique de France, dans sa séance du 6 avril 1836 (1), mentionné

(1) Voir *Annales de la Soc. ent. de Fr.* T. V, p. xxxi du *Bulletin.*

par M. Ch. Chevalier, dans sa dernière brochure (1), répandu sous le nom de *Mégagraphe* et employé depuis avec succès par plusieurs entomologistes.

» Substituer à la glace dépolie qui reçoit l'image, *une plaque iodurée* était donc l'*unique opération* nécessaire pour en obtenir le dessin.

» Dès l'origine de la publicité donnée au Daguerréotype, M. Lerebours fils et moi nous avions obtenu des résultats pareils à ceux que M. Donné a présentés depuis et qu'il dit avoir obtenus à l'aide d'un appareil dont l'idée lui avait été, dit-il, suggérée par M. Doyère.

» Pour ce qui est de l'appareil, comme il repose absolument sur les mêmes principes que celui que nous avons fait connaître depuis plusieurs années, la priorité d'invention ne saurait nous être disputée.

» Quant aux applications à la photographie, si nous avons tardé à présenter les produits que nous avions obtenus, c'est que nous attendions quelques légers perfectionnements destinés à rendre encore plus facile et plus sûre cette opération, qui dure de 3 à 10 minutes. Nous avons l'honneur de mettre aujourd'hui sous les yeux de l'Académie quelques-uns de ces premiers dessins obtenus au moyen du Mégagraphe, afin qu'on puisse les comparer à ceux de M. Donné. »

M. **Choisselat** présente deux épreuves de *dessins photographiques* qu'il a *fixés* au moyen d'un procédé particulier, procédé qui aurait encore, suivant lui, l'avantage de faire disparaître en grande partie le miroitage du métal sur lequel l'image est formée.

M. **Persoz** adresse une Note sur deux nouveaux procédés propres à faire découvrir l'existence de l'*arsenic* dans le corps des animaux.

M. **le lord Provost de la ville de Glasgow** et MM. les membres de l'Association britannique pour l'avancement des sciences, composant cette année le bureau de la société, annoncent à l'Académie des Sciences, que la réunion pour l'année 1840 aura lieu à Glasgow, et durera du 17 au 24 septembre.

M. **Phillips** adresse une Note sur dix cas de *strabisme convergent* qui ont été guéris par M. *Dieffenbach*, au moyen de l'opération que ce

(1) *Des Microscopes*, p. 67. Paris, 1839, Crochard.

chirurgien a inventée, et dont il a déjà été fait mention dans le *Compte rendu* de l'une des précédentes séances.

M. Passot prie l'Académie de vouloir bien hâter le travail de la Commission chargée de faire un rapport sur sa *turbine*.

M. Leymerie demande de nouveau la remise de plusieurs Mémoires et Notes qu'il avait présentées à différentes époques, et sur lesquels il n'a pas été fait de rapports.

M. Vène adresse une réclamation relative à la Lettre qu'il avait adressée précédemment sur des erreurs commises, suivant lui, par les géomètres, Lettre dont on n'a pas cru devoir reproduire textuellement les expressions dans le *Compte rendu*.

M. Gaudin présente une nouvelle *image photographique* obtenue sur une plaque de métal préparée par un nouveau procédé, et un paquet cacheté concernant diverses modifications apportées aux opérations photographiques.

MM. Robiquet et Régnault adressent un paquet cacheté portant pour suscription : *Combinaisons du Benzoïle.*

L'Académie en accepte le dépôt.

M. de Pambour adresse un paquet cacheté portant pour suscription : *Sur un principe général de la mécanique.*

L'Académie accepte le dépôt des deux paquets.

La séance est levée à 5 heures. A.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans cette séance les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1^er^ semestre 1840, n° 10, in-4°.

Journal de Mathématiques pures et appliquées; par M. J. Liouville; janv. et fév. 1840, in-4°.

Annales de la Société entomologique de France; tome 5, in-8°.

Annales de la Société séricicole, fondée en 1837 *pour l'amélioration et la propagation de l'industrie de la Soie en France;* années 1837, 1838, 1839, in-8°. (3 vol.)

Académie royale de Médecine; rapport sur les Vaccinations pratiquées en France pendant l'année 1837; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine; 15 mars 1840; in-8°.

Voyage dans la Russie méridionale et la Crimée (voyage scientifique); par M. A. de Demidoff; 5^e^ liv. in-8°, et atlas in-fol., 4^e^ et 5^e^ liv.

Lettres sur l'empire de la Russie, publiées dans le Journal des Débats *en* 1838 *et* 1839; *par* M. Nitag; 1840, in-8°.

Histoire naturelle des îles Canaries; par MM. Webb et Berthelot; 46^e^ liv. in-4°.

Histoire naturelle générale et particulière de tous les genres de Coquilles univalves marines à l'état vivant et fossile (genre Olive); par M. Duclos; 5^e^ et 6^e^ liv. in-fol.

Chemins de fer d'Angleterre; application à la France des résultats de l'expérience de l'Angleterre et de la Belgique; par M. Bineau; 1840, in-8°.

Annales de la Société d'Agriculture, Arts et Commerce du département de la Charente; tome 21, sept. et oct. 1839, in-8°.

Méthode simplifiée pour l'enseignement et l'emploi du Système métrique; par M. Mareschal; Vendôme, 1840, in-8°.

Journal de Pharmacie et des Sciences accessoires; 26^e^ année, mars 1840, in-8°.

Mémorial encyclopédique et progressif des Connaissances humaines; fév. 1840, in-8°.

Revue progressive d'Agriculture, de Jardinage; mars 1840, in-8°.

Bibliothèque universelle de Genève; mars 1840, in-8°.

Dialogue entre un Physicien et plusieurs Ministres du Saint-Évangile, avec une explication physico-logique du Symbole des Apôtres; par M. Roessinger; Genève, in-8°.

Résumé de l'ouvrage intitulé : Fragment sur l'Électricité universelle, ou Attraction mutuelle; *par* le même; in-8°.

Coup d'œil physiologique et médical sur les Forces vitales, et signalement de l'action des Vêtements de laine contre les affections de la poitrine et des autres organes; par le même; in-8°.

On the structure.... *Sur la structure, la physiologie et la pathologie des Tuniques capsulaires et de la pulpe persistante des Dents; par* M. A. Nasmyth; Londres, in-8°.

Researches on the.... *Recherches sur le développement, la structure et les maladies des Dents; par* le même; Londres, 1839, in-8°.

Astronomische.... *Nouvelles astronomiques de* M. Schumacher; n° 394, in-4°.

Bericht über.... *Analyse des Mémoires lus à l'Académie des Sciences de Berlin et destinés à la publication;* juill., août, sept., oct. et déc. 1839, et janv. 1840; in-8°.

Gazette médicale de Paris; tome 8, n° 11, in-4°.

Gazette des Hôpitaux, n° 30—32, in-fol.

Gazette des Médecins praticiens; n^os^ 20 et 21.

L'Esculape; journal des Spécialités; n° 15.

L'Expérience, journal; n° 141.